

UEVA - UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ
DISCIPLINA DE CÁLCULO NUMÉRICO COMPUTACIONAL

Prof. Tarcísio Praciano Pereira.

Aluno: Francisco José Calixto de Sousa - 6º Período do Curso de Matemática

RESOLUÇÃO DA LISTA 03

1) (a) (Verdadeiro) Quando rodamos o programa raizes03.pas , percebemos que ele analisa cada intervalo de passo delta dentro do intervalo [a, b], verificando em cada intervalo [m, m+delta], inclusive o último intervalo em que está compreendido o extremo b, pois o intervalo [a, b] é fechado e cabe o programa fazer estas verificações até b.

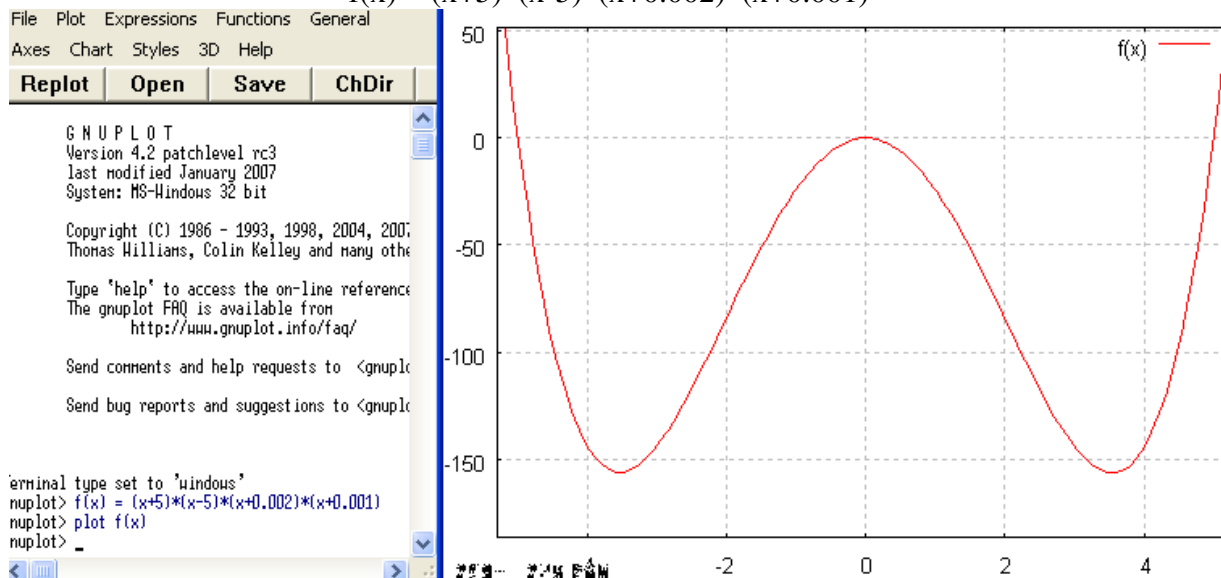
(b) (Verdadeiro) Quando o produto $f(m) * f(m+delta)$ é negativo (ou seja $f(m)$ e $f(m+delta)$ têm sinais opostos) ou nulo (ou $f(m)$ ou $f(m+delta)$ é nulo) teremos então ou uma troca de sinais da função dentro do intervalo, o que indica que ali houve uma raiz ou um dos extremos do intervalo é a própria raiz. Quando isso acontece teremos uma raiz de $f(x)$ dentro daquele intervalo.

(c) (Falso) Não é apenas possível, é necessário que o programa imprima um intervalo de comprimento delta onde esteja uma raiz da função.

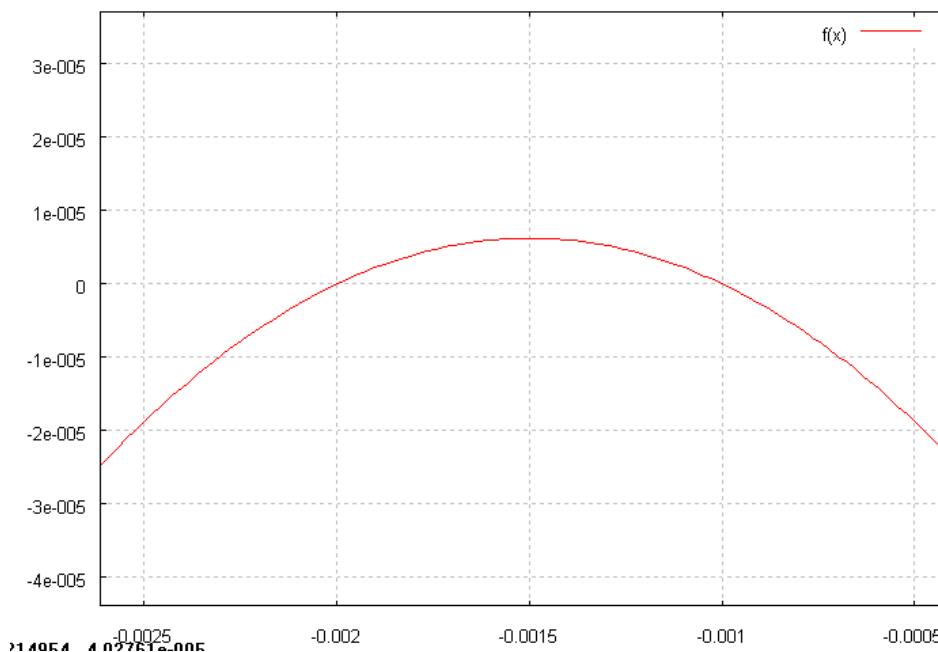
(d) (Verdadeiro) Se tivermos duas raízes dentro do passo verificado, então teremos o produto positivo e o programa não vai mostrar esse intervalo. Porém se deixarmos o passo tão pequeno a ponto de fazer delta menor que a diferença entre as duas raízes mais próximas, o programa irá mostrar estas raízes. Por isso sempre existirá um o passo delta tal que o programa vai encontrar pelo menos um intervalo em que acontece a troca de sinal, ocorrendo uma raiz.

Por exemplo, a função:

$$f(x) = (x+5)*(x-5)*(x+0.002)*(x+0.001)$$



Aproximando-se mais das raízes -0.001 e -0.002, temos:



Se fizermos o passo $\delta = 0.01$, como no programa abaixo, ele não irá mostrar o intervalo em que aparecem as raízes -0.001 e -0.002 . Porém, existe por exemplo $\delta = 0,001$, que é igual à diferença das raízes $(-0.001) - (-0.002)$, que fará o programa reconhecer que os pontos $f(-0.001)$ e $f(-0.002)$ são nulos.

```

Program Raizes02;
{Uses Crt;}
Const
  a = -6.55;
  b = 6.5;
  delta = 0.01;
Var
  x : Real;
Function f(x: Real): Real;
Begin
  f := (x+5)*(x-5)*(x+0.002)*(x+0.001);
End;
Begin
  {ClrScr;}
  Writeln('Varredura no intervalo [',a:2:2,' , ',b:2:2,'] com passo',delta);
  x := a;
  While x < b do
  Begin
    If ( f(x+delta)*f(x) <= 0 )
    Then writeln('[',x:2:2,' , ',x+delta:2:2,'] --> f(',x:2:2,')=',f(x):3:4);
    x := x + delta;
  End;
  Writeln('FIM DA VARREDURA');
  readLn;
End.

```

```

Program Raizes04;
{Uses Crt;}
Const
  a  = -6.55;
  b  = 6.5;
  delta = 0.001;
Var
  x : Real;
Function f(x: Real): Real;
Begin
  f := (x+5)*(x-5)*(x+0.002)*(x+0.001);
End;
Begin
  {ClrScr;}
  Writeln('Varredura no intervalo [',a:2:2,' , ',b:2:2,'] com passo',delta);
  x := a;
  While x < b do
  Begin
    If ( f(x+delta)*f(x) <= 0 )
      Then writeln(['',x:2:2,' , ',x+delta:2:2,'] --> f('',x:2:2,')=',f(x):3:4);
    x := x + delta;
  End;
  Writeln('FIM DA VARREDURA');
  readLn;
End.

```

(e) (Verdadeiro) Dependendo do passo, o programa pode ou não acusar a existência do $f(0)$, se $f(0)$ passar do passo, o programa não vai acusar este intervalo. Porém se o passo for tal que em determinado momento o programa encontre $f(a) = 0$ ou $f(a+\text{delta}) = 0$ então o programa mostrará este intervalo.

(f) (Falso) Neste caso não haverão intervalos cujo produto seja $f(x+\text{delta}) \cdot f(x) < 0$.

- 2) (a) (Falso) Se considerarmos $x_0 = a - \frac{f'(a)}{f(a)}$, como o zero da função reta tangente, verificamos que a expressão será inválida:

$$y = f(a) + f'(a) \left(a - \frac{f'(a)}{f(a)} - a \right) = 0 \rightarrow$$

$$y = f(a) - \frac{[f'(a)]^2}{f(a)} \neq 0$$

Portanto $x_0 = a - \frac{f'(a)}{f(a)}$, não é um zero da função.

- (b) (Verdadeiro) Se considerarmos $x_0 = a - \frac{f(a)}{f'(a)}$, como o zero da função reta tangente, verificaremos que a expressão será verdadeira:

$$y = f(a) + f'(a) \left(a - \frac{f(a)}{f'(a)} - a \right) = 0 \rightarrow$$

$$y = f(a) + f'(a) \left(-\frac{f(a)}{f'(a)} \right) = 0 \rightarrow$$

$$y = f(a) - f(a) = 0$$

(c) (Verdadeiro) Na figura 2 temos quatro passagens, na primeira, foi atribuído $a = -8.5$, então foi apresentado um gráfico de uma reta tangente a função em $(-8.5, f(-8.5))$. Se observarmos o zero desta reta x_0 e atribuirmos $a = x_0$, então teremos uma nova reta tangente e essa nova reta tangente terá seu zero mais próximo ainda do zero da função. Se fizermos isto sucessivas vezes teremos uma aproximação do que é o zero da função.

(d) (Verdadeiro) Em acordo com o que é dito no item anterior, apenas temos agora que descobrir por qual a começar e uma boa opção é se fazer uma varredura através do programa

```

Program Raizes02;
{Uses Crt;}
Const
  a = -10.00;
  b = 10.00;
  delta = 0.01;
Var
  x : Real;
Function f(x: Real): Real;
Begin
  f := sin(0.25*x)*(x+5)*(x-6);
End;
Begin
  {ClrScr;}
  Writeln('Varredura no intervalo [',a:2:2,' , ',b:2:2,'] com passo',delta);
  x := a;
  While x < b do
  Begin
    If ( f(x+delta)*f(x) <= 0 )
    Then writeln(['',x:2:2,' , ',x+delta:2:2,
    '] --> f(',x:2:2,')=',f(x):3:4);
    x := x + delta;
  End;
  Writeln('FIM DA VARREDURA');
  readLn;
End.

```

Em que poderemos ver:

```

C:\Documents and Settings\Francisco José\Desktop\VPZIM.exe
Varredura no intervalo [-10.00 , 10.00] com passo0.010000
[-5.00 , -4.99] --> f(-5.00)=-0.0000
[-0.00 , 0.01] --> f(-0.00)=0.0000
[6.00 , 6.01] --> f(6.00)=-0.0000
FIM DA VARREDURA

```

Estes intervalos.

Neste caso o programa acima seria suficiente para nos dar as raízes da função

$$f(x) = \sin(0.25*x)*(x+5)*(x-6)$$

Não se fazendo necessário o uso do método da aproximação. Mas em outros casos (funções mais complicadas) o Program Raizes02 , ajudaria sim no encontro do intervalo de aproximação da raiz procurada.

(e) (Verdadeiro) Porém, por mais que os zeros das retas tangentes à função se aproximem do zero da função, sempre existirá uma diferença muito pequena que separará o zero da reta tangente mais próxima (obtida através de muitas passagens) ao zero da função dada. Portanto os zeros das sucessivas retas tangentes, apenas convergem para um zero exato de f .

(f) (Verdadeiro) Dentro do intervalo $[a, b]$, que sabemos que possui uma raiz da função poderemos produzir os zeros das sucessivas retas tangentes, cada um a partir do zero da reta tangente ao gráfico no extremo a , ou b , e com isso chegar à aproximação do zero exato de f no intervalo $[a, b]$.

3) (a) (Falso).

(b) (Verdadeiro) Se considerarmos que a função a baixo faz uma busca desde $a = -8.5$, com passo 0.1, veremos que quando o gnuplot chega ao intervalo que possui a primeira raiz de f , o produto $f(x+\delta)*f(x)$ torna-se negativo ou anula-se, quando $f(x+\delta)$ ou $f(x)$ for nulo, o programa pára e mostra o gráfico de $f(x)$ e de $P(x)$, reta secante que passa por $(a, f(a))$ e por $(b, f(b))$, onde b é o extremo do intervalo onde acontece a troca de sinal de $f(x)$, bem próximo de seu zero.

$$\text{busca}(x,\delta)=f(x+\delta)*f(x)\leq 0?x:\text{busca}(x+\delta, \delta)$$

(c) (Falso) $P(x)$ é secante à $f(x)$.

(d) (Verdadeiro) $P(x)$ é secante à $f(x)$ porque passa pelos pontos $(a, f(a))$ e por $(b, f(b))$, onde b é o extremo do intervalo onde acontece a troca de sinal de $f(x)$, bem próximo de seu zero.

(e) (Falso).

(f) (Verdadeiro) Diferentemente dos itens anteriores este programa acha não apenas o primeiro subintervalo de passo fornecido pelo usuário, mas sim todos os subintervalos em que acontece a troca de sinal, entre o intervalo que o usuário determinar mediante um erro também determinado pelo usuário. Portanto dependendo de um passo pequeno em relação à diferença entre as raízes mais próximas, este programa acabará exibindo todos os subintervalos em que existe uma raiz da função.

AVALIAÇÃO DO TRABALHO

- É muito interessante fazer programas para aplicar nossos conhecimentos e entender, mesmo que de forma principiante, como funcionam os programas que buscam as raízes de funções mais complexas.
- Criticando a objetividade do trabalho eu poderia salientar que é muito ruim trabalhar com questões que sempre trazem uma linguagem, de programação, que não é muito bem compreendida por nós. Conhecemos um pouco da linguagem de pascal, mas de C, conhecemos mais pouco ainda, então é complicado termos que solucionar questões que tratam de assuntos que vêm com uma linguagem que desconhecemos a princípio. Portanto a questão acaba não sendo muito objetiva.
- No item 1-e, o programa não roda corretamente e nos itens 3-e-f, nós alunos ficamos limitados, porque só tínhamos o programa em C. Quando finalmente consegui instalar o software, os programas não rodavam, não sei por qual motivo. A versão do programa raízes_secante.pas não rodava no Turbo Pascal, portanto tive de fazer a questão apenas por suposição do que o programa faria quando compilado.