Cálculo Numérico Computacional Lista 03
Raízes de função
Prof. Tarcísio Praciano Pereira.
Alun@: Ana Cibely Aragão Monteiro.
6° Período- Curso de Matemática

RESOLUÇÃO DA LISTA 03

01.Varredura com programas

(a) (V) Ao rodarmos o programa vemos que ele analisa cada intervalo de passo delta dentro do intervalo [a, b] , verificando inclusive o último intervalo [b – delta, b], pois [a, b] é fechado e cabe ao programa fazer estas verificações até b.

(b) (V) Quando o produto f(m) * f(m+delta) é negativo (f(m) e f(m+delta) têm sinais opostos) ou nulo (ou f(m) ou f(m+delta) é nulo) teremos ou uma troca de sinais da função dentro do intervalo, o que indica que ali há uma raiz ou um dos extremos do intervalo é a própria raiz. A ocorrência disso indica que teremos uma raiz de f(x) dentro daquele intervalo.

(c) (F) Não é apenas possível, é certeza que o programa imprima um intervalo de comprimento delta onde esteja uma raiz da função.

(d) (V) Se uma função f possui raiz em determinado intervalo [a,b] podemos escolher um valor de delta para que possamos estudar onde está a raiz. Podemos deixar o passo tão pequeno a ponto de fazer delta menor que a diferença entre as duas raízes mais próximas. Sempre existirá um passo delta tal que o programa vai encontrar pelo menos um intervalo em que acontece a troca de sinal, ocorrendo assim uma raiz.

(e) (V) Dependendo do passo, o programa pode ou não acusar a existência do f(0), caso passe por cima, não vai acusar o intervalo. Porém se o passo for tal que em determinado momento o programa encontre f(a) = 0 ou f(a+delta) = 0, então o programa irá mostrar este intervalo.

(f) (F) Como a função não troca de sinal, pois f(x + delta)*f(x) sempre será positivo ou zero e nunca negativo. Portanto, o programa não achará a raiz da função.

02. Varredura e método da tangente

(a) (F) Considerando $x_0 = a - \frac{f'(a)}{f(a)}$, como o zero da função reta tangente, verificamos que a expressão não será verdadeira:

$$y = f(a) + f'(a)\left(a - \frac{f'(a)}{f(a)} - a\right) = 0 \rightarrow$$

$$y = f(a) - \frac{[f'(a)]^2}{f(a)} \neq 0$$

Logo $x_0 = a - \dfrac{f'(a)}{f(a)}$, não é um zero da função.

(b) (V) Considerando $x_0 = a - \dfrac{f(a)}{f'(a)}$, como o zero da função reta tangente, verificamos que a expressão será verdadeira:

$$y = f(a) + f'(a)\left(a - \frac{f(a)}{f'(a)} - a\right) = 0 \rightarrow$$

$$y = f(a) + f'(a)\left(-\frac{f(a)}{f'(a)}\right) = 0 \rightarrow$$

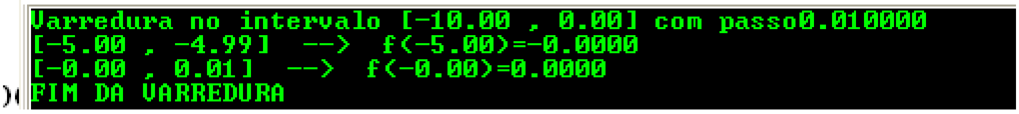
$$y = f(a) - f(a) = 0$$

(c) (V) Na referida figura (2), temos quatro passagens. Na primeira, foi atribuído a = -8.5, e apresentado um gráfico de uma reta tangente a função em (-8.5, f(-8.5)). Se observarmos o zero desta reta x_0 e atribuirmos a = x_0, então teremos uma nova reta tangente que terá seu zero mais próximo ainda do zero da função. Fazendo isto sucessivas vezes teremos uma aproximação do que é o zero da função.

(d) (V) De acordo com o que concluímos no item anterior, temos somente que descobrir por qual começar. Podemos então fazer uma varredura através do programa:

```
Program Raizes02;
{Uses Crt;}
Const
    a     = -10.00;
    b     = 0.00;
    delta = 0.01;
Var
   x : Real;
Function f(x: Real): Real;
Begin
    f := sin(0.25*x)*(x+5)*(x-6);
End;
Begin
    {ClrScr;}
          Writeln('Varredura no intervalo [',a:2:2,' , ',b:2:2,'] com passo',delta);
    x :=  a;
    While  x  <  b  do
    Begin
        If ( f(x+delta)*f(x) <= 0 )
          Then writeln('[',x:2:2,' , ',x+delta:2:2,
           ']  -->  f(',x:2:2,')=',f(x):3:4);
        x :=  x + delta;
    End;
    Writeln('FIM DA VARREDURA');
    readLn;
End.
```

Em que poderemos ver:



```
Varredura no intervalo [-10.00 , 0.00] com passo0.010000
[-5.00 , -4.99]  -->  f(-5.00)=-0.0000
[-0.00 , 0.01]  -->  f(-0.00)=0.0000
FIM DA VARREDURA
```

Dessa forma o programa acima seria suficiente para nos dar as raízes da função

$$f(x) = \sin(0.25*x)*(x+5)*(x-6)$$

Não sendo necessário o uso do método da aproximação.

(e) (V) Devemos lembrar que por mais que os zeros das retas tangentes à função se aproximem do zero da função, existirá sempre uma diferença muito pequena que separará o zero da reta tangente mais próxima (obtida através de muitas passagens) ao zero da função dada. Portanto os zeros das sucessivas retas tangentes, apenas convergem para um zero exato de f.

(f) (V) Dentro do intervalo [a, b], onde sabemos que possui uma raiz da função, poderemos produzir os zeros das sucessivas retas tangentes, cada um a partir do zero anterior e com isso chegar na aproximação do zero exato de f no intervalo [a, b].

03. Varredura e método da secante

(a) (F).

(b) (V). Considerando que a função abaixo faz uma busca desde a = -8.5, com passo 0.01, veremos que quando o gnuplot chega ao intervalo que possui a primeira raiz de f, o produto f(x+delta)*f(x) passa a ser negativo ou nulo, quando f(x+delta) ou f(x) for nulo, o programa pára e mostra o gráfico de f(x) e de P(x), reta secante que passa por (a, f(a)) e por (b, f(b)), em que b é o extremo do intervalo onde acontece a troca de sinal de f(x), bem próximo de seu zero.

```
busca(x,delta)=f(x+delta)*f(x)<=0?x:busca(x+delta, delta)
```

(c) (F) Pois P(x) é secante à f(x).

(d) (V) P(x) é secante à f(x) já que passa pelos pontos (a, f(a)) e por (b, f(b)), onde b é o extremo do intervalo onde acontece a troca de sinal de f(x), bem próximo de seu zero.

(e) (F).

(f) (V) Diferentemente dos itens anteriores este programa acha os subintervalos de passo fornecido pelo usuário, em que acontece a troca de sinal, entre o intervalo que o usuário determinar mediante um erro também determinado pelo usuário.

3.1 Avaliação do Trabalho

- Encontrei muitas coisas interessantes, como por exemplo trabalhar com programas em C para encontrar intervalos onde há raízes de funções. Os gráficos feitos no gnuplot estão cada vez mais interessantes. O gnuplot aparece como uma ferramenta para entender melhor o comportamento das funções e seus respectivos gráficos.
- Bem, não seria uma crítica mas sim uma observação. Professor, veja que nem todos possuem fácil acesso à internet e que para a resolução dessa lista foi indispensável uma conversa via e-mail (gmail), com você. Os programas que tivemos que usar tinham que ser baixados da sua página (falo de outras pessoas, pois você repassou os programas para mim) e além disso para entendê-los foi necessário sua ajuda. Achei que foi proveitoso para todos nós, entenda que vejo isso como um ponto positivo, mais esforço, mais raciocínio, mais trabalho mental. No entanto, para pessoas como eu que não tenho internet em casa, se torna um pouco dificultoso responder suas listas. Sei que esse problema não é culpa de ninguém, muito menos sua, só peço que antes de elaborar suas listas, você tenha em mente que nem todos nós usufruímos diretamente de internet. Ou então que antes de passar suas listas disponibilizasse para todos nós os programas que serão usados. Obrigado por sua ajuda durante a resolução da lista e entenda que o escrevi acima foi apenas uma observação e não uma crítica, pois quanto a objetividade do trabalho as questões estão ótimas, aliás, a lista como um todo está adequada.
- Gostaria que você discutisse principalmente os itens que envolvem os programas em C, tive dificuldades para entendê-los.