

**Cálculo Numérico Computacional**  
**valor médio, interpolação polinomial**  
 T. Praciano-Pereira

**Lista 07**  
 tarcisio@member.ams.org  
**Dep. de Matemática**

**alun@:**

---

**Univ. Estadual Vale do Acaraú**

---

9 de setembro de 2008

---

Documento processado com L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

---

sis. op. Debian/Gnu/Linux

---

## 1 Informações

Por favor, se você usar o método medieval para entrega desta lista, em papel, prenda esta *folha de rosto* na solução, preenchendo com os seus dados. Ela será usada na correção. Se você quiser entregar o trabalho eletronicamente, entregue usando o meu endereço eletrônico o arquivo preferencialmente em pdf, ou entregue em CD na Secretaria do Curso de Matemática.

Data de entrega desta lista: Sexta-feira, dia 19 de Setembro, até 22:00 h na Secretária da Coordenação de Matemática (sacrificando árvores) , também em CD até este horário ou por e-mail até 24:00 h. O ap03 vai ser iniciado na mesma data da entrega desta lista.

Trabalhos atrasados não serão considerados para correção.

Por favor, renove sua atenção sobre os nomes dos arquivos dos trabalhos. Arquivos com nomes do tipo “Exercicios de Cálculo Numerico” não significam nada para mim e eu vou apagá-los. Leia o arquivo

`00Leiname_arquivo`

na página de entrega de trabalhos, se você não se lembrar mais da forma como se devem denominar os arquivos.

Os programas devem ser entregues num `arquivo-texto`, para que eu os possa testar rodando-os no meu computador. O nome do arquivo deve ser idêntico ao nome do arquivo do trabalho apenas com a extensão “txt” em vez de “pdf” e ser entregue junto com o trabalho. Se tiver dúvidas a este respeito, me pergunte.

## 2 Orientação

objetivo: Vamos construir programas para calcular os coeficientes de um polinômio, dadas algumas condições. Depois vamos fazer uso desta interpolação para algumas análise dos dados. Este é o projeto de trabalho.

*Nesta lista você vai calcular aproximadamente, usando polinômios por pedaços do terceiro grau (quase-splines) a integral de uma função cujo valor exato nós podemos encontrar, desta forma você terá uma avaliação do modelo que estamos propondo os quase-splines. Nesta lista você também vai aprender um método de validação estatística do cálculo aproximado que poderá ser aplicado na validação de um modelo qualquer.*

A bibliografia, além da que se encontra ao final das primeiras listas, são os capítulos 04, 05 do livro texto. Há uma nova versão do livro na página.

**palavras chave:** interpolação polinomial, programação, aproximação de dados discretos, análise da dados, riem01.pas, riem02.pas, riemann.c

Os programas

`riem01.pas`, `riem02.pas`, `riemann.c`, `exer07_02.calc`

se encontram na página, no link “programas”. Observe que se tratam apenas de exemplos de programas, testados, funcionando, e que podem ser úteis no trabalho desta lista. Não se esqueça de que um experimento feito com um programa não valida um resultado, é apenas um teste que poderá guiá-l@ na busca de uma comprovação.

A última questão da lista não receberá nenhuma pontuação mas se não for feita a lista será recusada. Ela é obrigatória.

### 3 Exercícios

#### 1. Valor médio, Quantidade de um fenômeno

(a) (V)[ ](F)[ ] A expressão (fórmula)

$$\int_p^q f(x)dx$$

representa o valor médio de  $f$  no intervalo  $[a, b]$ .

(b) (V)[ ](F)[ ] A expressão (fórmula)

$$\frac{1}{p-q} \int_p^q f(x)dx ; p \neq q$$

representa o valor médio de  $f$  no intervalo  $[a, b]$ .

(c) (V)[ ](F)[ ] A expressão (fórmula)

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx ; a < b$$

representa o valor médio de  $f$  no intervalo  $[a, b]$ .

(d) (V)[ ](F)[ ] A expressão (fórmula)

$$\frac{f(b) + f(a)}{2}$$

representa o valor médio de  $f$  no intervalo  $[a, b]$ .

#### 2. Considere a seguinte tabela de dados (obtidos por um sensor)

$x_k$	$y_k$	$d_k$
-7	-10	-70.650
0	0	-0.533
7	6	75

em que  $x_k$  são os nós da malha e  $y_k, d_k$  são, respectivamente o valor medido e a taxa de variação calculada em cada nó.

- (a) (V)[ ](F)[ ] Podemos encontrar dois polinômios do terceiro grau,  $P_1$ , no intervalo  $[-7, 0]$ , com coeficientes

$$(a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}) = (-10.000000, -70.650002, 20.874104, -1.511023)$$

e  $P_1$ , no intervalo  $[0, 7]$ , com coeficientes

$$(a_{20}, a_{21}, a_{22}, a_{23}) = (0.000000, -0.533000, -10.194653, 1.484749)$$

de modo que

$x$	$y$
-0.269935	0.000000
-0.259935	-0.568442
1.559999	7.200000
1.569999	-20.219765

são valores interpolados, com estes polinômios dos dados colhidos pelo sensor.

- (b) (V)[ ](F)[ ] Podemos encontrar dois polinômios do terceiro grau,  $P_1$ , no intervalo  $[-7, 0]$ , com coeficientes

$$(a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}) = (-10.000000, -70.650002, 20.874104, -1.511023)$$

e  $P_2$ , no intervalo  $[0, 7]$ , com coeficientes

$$(a_{20}, a_{21}, a_{22}, a_{23}) = (0.000000, -0.533000, -10.194653, 1.484749)$$

de modo que

$x$	$y$
-0.269935	0.000000
-0.259935	-0.568442
1.559999	0.000000
1.569999	-20.219765

são valores interpolados, com estes polinômios dos dados colhidos pelo sensor.

(c) (V)[ ](F)[ ] A expressão

$$\frac{1}{2} \int_{-7}^0 P_1(x) dx + \frac{1}{2} \int_0^7 P_2(x) dx$$

é uma boa estimativa do valor médio do fenômeno analisado considerados os dados conseguidos.

(d) (V)[ ](F)[ ] A expressão

$$\frac{1}{7} \int_{-7}^0 P_1(x) dx + \frac{1}{7} \int_0^7 P_2(x) dx$$

é uma boa estimativa do valor médio do fenômeno analisado considerados os dados conseguidos.

(e) (V)[ ](F)[ ] A expressão

$$\frac{1}{3} \int_{-7}^0 P_1(x) dx + \frac{1}{3} \int_0^7 P_2(x) dx$$

é uma boa estimativa do valor médio do fenômeno analisado considerados os dados conseguidos.

(f) (V)[ ](F)[ ] Calculando o valor médio do fenômeno usando apenas os dados colhidos, vide tabela (2), se verifica uma coincidência muito grande com o valor médio integral, o que é natural esperar.

(g) (V)[ ](F)[ ] Calculando o valor médio do fenômeno usando apenas os dados colhidos, vide tabela (2), se verifica uma forte discrepância com o valor médio integral, mas isto pode ser justificado pelo gráfico na figura (1), página 5,

### 3. Integral aproximada

(a) (V)[ ](F)[ ] Calculando a integral

$$\int_{-3}^2 1 + x^2 dx \quad (1)$$

com uma aproximação polinomial de grau três, usando a unidade como passo da malha, se obtém o valor aproximado da integral com um erro menor do que 0.00000001.

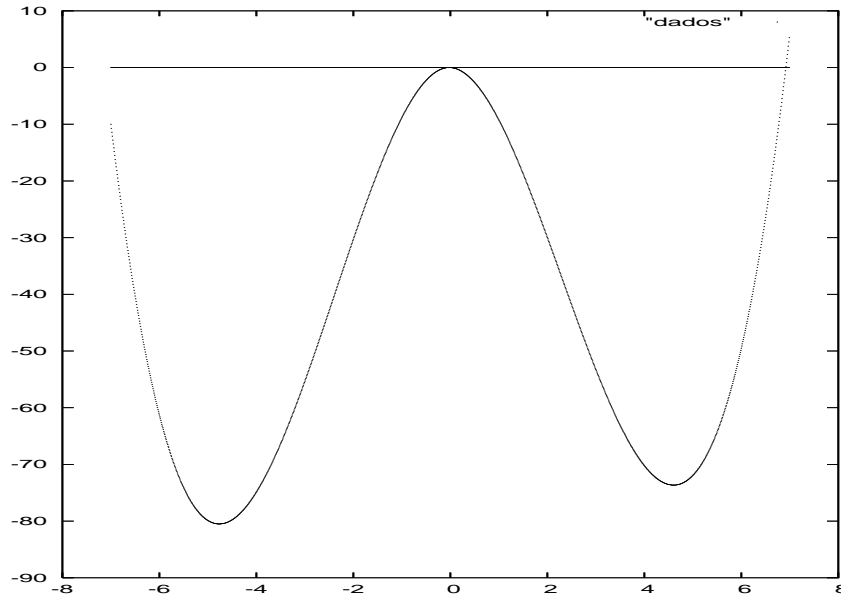


Figura 1: Interpolação polinomial

- (b) (V)[ ](F)[ ] Calculando a integral

$$\int_{-3}^2 1 + x^2 dx \quad (2)$$

com uma aproximação polinomial de grau três, usando a unidade como passo da malha, se obtém o valor aproximado da integral com um erro menor do que 0.00001.

- (c) (V)[ ](F)[ ] Como sabemos calcular exatamente esta integral, o exemplo representado pelo item anterior é um evidente erro pedagógico.
- (d) (V)[ ](F)[ ] Como sabemos calcular exatamente esta integral, o exemplo representado pelo item anterior é um evidente apoio pedagógico na compreensão do significado do cálculo de integrais aproximadamente.

#### 4. Validação estatística A integral

$$I = \int_{-3}^3 x^3 \text{sen}(x) dx \quad (3)$$

foi calculada (exatamente) a partir da aproximação polinomial produzindo a seguinte tabela

passo da malha	valor da integral	média histórica	afast. média
1	23.86187	-	-
0.5	19.09180	21.476835	2.385035
0.2	17.14654	18.11917	0.97263
0.1	16.65093	16.898735	0.247805
0.05	16.43176	16.541345	0.109585
0.01	16.27012	16.35094	0.08082
0.001	16.23511	16.252615	0.017505
0.0001	16.22866	16.231885	0.003225

que traz o passo, o valor da integral correspondente ao passo, a média histórica (média entre dois valores sucessivos), e a diferença entre valores sucessivos da média histórica.

- (a) (V) (F) O programa está errado.  
 (b) (V) (F) O valor aproximada da integral

$$I = \int_{-3}^3 x^3 \text{sen}(x) dx \quad (4)$$

usando somas de Riemann é 23.746704 cuja diferença do valor exato da integral é menor do que 0.0002

- (c) (V) (F) O valor aproximado da integral

$$I = \int_{-3}^3 x^3 \text{sen}(x) dx \quad (5)$$

usando um polinômio de Lagrange que interpole os pontos  $(x_k, f(x_k))$  em que  $x_k$  são os nós da malha de passo 1 do intervalo  $[-3, 3]$  é 25.983 em que o valor foi truncado na quarta decimal depois da vírgula.

5. Discussão sobre o método Redija a sua forma de ver a seguinte situação: *calculamos as integrais aproximadas de funções cujas integrais exatas sabemos calcular. Isto parece ser um absurdo.* Justifique cuidadosamente a sua opinião, em particular use exemplos desta lista para apoiar o seu ponto de vista.

Esta questão é obrigatória, sem ela a sua lista de exercícios ficará **anulada**. Observe, isto quer dizer que a única questão que será verificada em sua lista, é esta! Entretanto a sua opinião não será avaliada, isto é, você não corre o risco de perder pontos ao emitir uma opinião.

A sua *forma de ver* o conteúdo desta lista será usada pelo professor para corrigir eventuais erros na condução e planejamento da disciplina, no futuro. Não tema o expressar sua opinião livremente.