

Cálculo Numérico Computacional **Lista 01**
Rev. de Cálculo e computação **tarcisio@member.ams.org**
 Prof. T. Praciano-Pereira **Dep. de Matemática**

alun@:

Univ. Estadual Vale do Acaraú 6 de junho de 2008

Documento escrito com \LaTeX sis. op. Debian/Gnu/Linux

Por favor, prenda esta *folha de rosto* na sua solução desta lista, deixando-a em branco. Ela será usada na correção, se você preferir o método mediéval para entrega.

As listas podem ser respondidas eletronicamente, leia a informação sobre a entrega de arquivos na página da disciplina. Tudo que você escrever em papel estará perdido e provoca poluição, o que você escrever eletronicamente, poderá re-utilizar posteriormente em outro trabalho.

A página da disciplina:

<http://www.calculo-numerico.sobralmatematica.org>

Aprenda a usar \LaTeX , para escrever matemática. Você encontra algum auxílio para se iniciar na página do Curso de Matemática

<http://www.4shared.com/dir/2701529/631a74ba/LaTeX.html>

1 Objetivo e informações preliminares

objetivo re-adquirir familiaridade com questões de Cálculo e de computação, necessárias à disciplina. Conscientemente, ignore as questões que você domina, o objetivo não é perder tempo, mas ao mesmo tempo, aprofunde e procure outras questões parecidas com as que você não domina para aumentar a sua prática.

A lista está estruturada como um tutorial, com questões de múltipla-escolha, cada questão contribui para uma compreensão da que vem depois. Eu não vou corrigir as listas, elas serão discutidas em aula, mas tenha em vista a correção das provas, leia o planejamento da disciplina para ver como será feita a correção.

O método de correção (das provas) compreende dois aspectos:

1. Selecionar a resposta correta. Este é o primeiro item que vou verificar, se ele estiver errado você perde o item.
2. A justificativa da sua resposta.

Se você responder certo eu vou ler a justificativa, não havendo justificativa ou ela estando errada, incompleta, ilegível você também perde o item.

Ou seja você tem direito aos pontos de uma questão se *selecionar a resposta correta e escrever uma justificativa bem elaborada*.

A parte discursiva tem o objetivo conduzi-l@ a ser um@ autor@ de textos matemáticos. Escreva livremente, nas listas de exercicios, perca o medo de errar, deixe este receio apenas para as provas (sem o receio de ficar reprovad@).

O programa, [2, **gnuplot** é um pacote computacional] para fazer gráficos, pode ser encontrado em todas as distribuições Linux ou aqui

<http://www.gnuplot.info>

Na revisão de programação, eu vou usar livro *Cálculo Numérico Computacional* que pode ser adquirido na Coordenação do Curso de Matemática. A expressão “do livro” se refere a este texto.

Você vai precisar do compilador do TurboPascal, para windows ou do **gpc** em Linux. Mas eu vou logo em seguida conduzi-lo para usar a linguagem **C**, **gnuplot**, **scilab**, **octave**, na bibliografia você encontra onde poderá obter estes pacotes computacionais.

palavras chave: Derivadas parciais, derivação implícita, equação da reta tangente, varredura, malha, fórmula de Taylor

2 Revisão de Cálculo e computação

1. Equação da reta que passa num ponto Verique a opção correta, dado o ponto, a equação de uma reta que passa por este ponto com o coeficiente angular indicado.

	equação da reta	passando em (a, b)	com coef. angular
a)	$y + 3 = 5(x - 3)$	$(3, 3)$	$m = 5$
b)	$y = 3 + 5(x - 3)$	$(3, 3)$	$m = 5$
c)	$y = -3 - 5(x - 3)$	$(3, -3)$	$m = -5$
d)	$y = 2 - 5(x - 3)$	$(3, 2)$	$m = -5$
e)	$y = -2 - (x + 2)$	$(-2, -2)$	$m = -1$

2. Equação da reta Uma reta passa tangente ao gráfico de uma função derivável no ponto $x = a$. A equação desta reta é

	no ponto	com coef. angular	tem por equação
a)	$(a, f(a))$	m	$y = a + m(x - f(a))$
b)	(a, b)	$f(a)$	$y = f(a) + m(x - a)$
c)	(a, b)	$f'(a)$	$y = f(a) + f'(a)(x - a)$
d)	(a, b)	$f'(a)$	$y = f'(a) + f(a)(x - a)$

3. Equação da reta A equação da reta que passa nos pontos

$$(a_1, b_1), (a_2, b_2); a_2 \neq a_1$$

é

$$(a) y = a_2 + m(x - b_2); m = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}$$

$$(b) y = b_2 + m(x - a_2); m = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}$$

$$(c) y = b_1 + m(x - a_1); m = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}$$

(d) $y = b_2 + m(x - a_2)$; $m = -\frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2}$

4. equação da reta. Em cada item abaixo dois pontos determinam uma reta, identifique a equação correta em cada caso.

	P_1	P_1	equação
a)	(a_1, b_1)	(a_2, b_2)	$y - b_2 = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}(x - a_2)$
a)	(a_1, b_1)	(a_2, b_2)	$y - b_1 = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}(x - a_a)$
a)	(a_1, b_1)	(a_2, b_2)	$y - b_2 = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}(x - a_a)$
b)	$(-1, 3)$	$(1, -3)$	$y - 3 = 2(x - 1)$
c)	$(-1, 3)$	$(3, 3)$	$y - 3 = 0$
d)	$(1, -3)$	$(-3, 1)$	$y - 1 = -(x + 3)$
e)	$(1, 3)$	$(-2, 5)$	$y = 5 + 2(x + 2)$

5. Função, gráfico, derivada. Um lançador de satélites, no espaço, conduz o módulo que vai ficar em órbita, até o ponto (a, b, c) do espaço. A figura (1), página 7, mostra quatro cenários possíveis, em que as curvas mostram a distância em que o foquete lançador ou o módulo orbital se encontram, do local de controle, situado na Terra. Relacione qual descrição corresponde a que cenário. Use “nenhum” se não corresponder a nenhum cenário.

- () O foguete lançador passa no ponto (a, b, c) liberando o módulo orbital e voltando a Terra onde aterrissa suavemente, o módulo orbital acompanha a trajetória do foguete durante algum tempo mas cai sobre algum ponto da Terra.
 - () O módulo orbital em vez de entrar em órbita se perde no espaço.
 - () Por defeitos técnicos a desconexão do módulo orbital não se dá, exatamente, no ponto (a, b, c) mas em um momento posterior, ainda assim o módulo entra em órbita, mas começa a se afastar da terra levemente. A tendência é a de que venha se perder no espaço. O foquete transportador retorna à Terra onde aterissa suavemente.
 - () O foguete lançador libera o módulo no ponto certo e com a velocidade correta, o módulo orbital fica em órbita, como esperado e o foquete retorna à Terra onde aterissa suavemente.
6. Reta tangente ao gráfico de uma função. Fórmula de Taylor. Identifique as afirmações que contém os dados necessários para demonstrar que fórmula

$$y = f(a) + f'(a)(x - a) \tag{1}$$

representa uma reta tangente ao gráfico de uma função. A afirmação estando incompleta, indique o que falta.

- (a) A derivada de uma função nos fornece o coeficiente angular instantâneo da mesma no ponto:

$$f'(a) \text{ é o coeficiente angular instantâneo de } f \text{ em } (a, f(a))$$

- (b) A equação da reta do primeiro grau sempre define uma reta tangente ao gráfico de uma função no ponto $(a, f(a))$.
- (c) Se a reta de equação

$$y = b + m(x - a) \tag{2}$$

for tangente ao gráfico de uma função no ponto $(a, f(a))$ então a sua equação é dada pela fórmula de Taylor do primeiro grau:

$$b = f(a); m = f'(a)$$

7. Derivada algébrica Para cada uma das funções indicadas, verifique se a derivada foi calculada corretamente.

	função	derivada
a)	$f(x) = (x + 3)(x - 4)$	$f'(x) = (x + 3) + (x - 4)$
b)	$f(x) = (x + 3)(x - 4)$	$x - 4$
c)	$f(x) = (x + 2)(x + 3)(x - 4)$	$(x + 3)(x - 4) + (x + 2)(x - 4) + (x + 2)(x + 3)$
d)	$f(x) = \sin(x)(x + 1)$	$\cos(x)(x + 1) + \sin(x)$
e)	$f(x) = \sin(x)(x - 1)(x - 5)$	$\cos(x)(x - 1)(x - 5) + \sin(x)(x - 5) + \sin(x)(x - 1)$

8. Derivada algébrica Para cada item abaixo verifique se a equação proposta corresponde à reta tangente no ponto indicado. Depois faça o gráfico usando gnuplot.

a)	$f(x) = (x + 3)(x - 4)$	$a = -3$	$y = -7(x - 3)$
b)	$f(x) = (x + 3)(x - 4)$	$a = 4$	$7 = 7(x - 4)$
c)	$f(x) = (x + 3)(x - 4)$	$a = 0.5$	$y = -12.25$
d)	$f(x) = \sin(x)(x + 1)$	$a = \frac{\pi}{4}$	$y - \frac{4 - \pi}{4} = x - \frac{\pi}{2}$
e)	$f(x) = \sin(x)(x - 1)(x - 5)$	$a = 1$	$y = -3.365884(x - 1)$

9. Varredura - programação

Na figura (2), página 8, há quatro programas que o programador pensava que deveriam escrever os termos de uma progressão aritmética, mas todos estão errados. Identifique os erros nos programas.

10. Varredura - Partições uniformes de intervalos.

Escolha um dos programas na figura (2), página 8, e o altere para que

- (a) a progressão aritmética listada pelo programa tenha razão 0.5.
- (b) o programa liste a maior quantidade possível de termos de uma p.a. de razão 0.2 contida no intervalo $[0, 5]$.

- (c) o primeiro termo da p.a. listada pelo programa seja 3 e último seja 10.
- (d) uma progressão geométrica de razão 7%, primeiro termo 1000 e com 12 termos.
- (e) Obtenha outra progressão geométrica cuja razão seja 0.5%. Uma delas (qual ?) mostra como cresce sua dívida se você usar cheque especial ou cartão de crédito. A outra mostra o que você ganha com a poupança.
11. Derivada aproximada - quociente de diferenças.

O quociente

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x} \approx f'(a) \quad (3)$$

é uma *aproximação* do valor da derivada de f no ponto $x = a$ quando Δx for *pequeno*. Os próximos itens servem para que você *desenvolva a sua intuição* com respeito a esta *aproximação*, e **gnuplot** pode servir para lhe dar esta experiência, mas ao obter estes gráficos com **gnuplot** você deve ter cuidado porque **gnuplot** deforma o gráfico ao tentar otimizar a tela usando-a totalmente para o gráfico. Você pode contornar isto escolhendo o tamanho do espaço em OY e em OX com os comandos

```
set xrange [inicioX:fimX],
set yrange [inicioY:fimY].
```

- (a) Considere $f(x) = x^2 - 2x - 3$ e encontre a reta tangente ao gráfico de f no ponto $(1, f(1))$. Faça o gráfico.
- (b) Use $\Delta x = 0.2$, calcule o valor aproximado da derivada com este erro, e obtenha a equação da reta “*tangente*” no ponto $(1, f(1))$. Faça o gráfico.
- (c) Use $\Delta x = 0.05$, calcule o valor aproximado da derivada com este erro, e obtenha a equação da reta “*tangente*” no ponto $(1, f(1))$. Faça o gráfico.
- (d) Com $f(x) = x^2 - 2x - 3$ e encontre a reta tangente ao gráfico de f no ponto $(-3, f(-3))$. Complete o gráfico anterior com
- $\Delta x = 0.2$, calcule o valor aproximado da derivada com este erro, e obtenha a equação da reta “*tangente*” no ponto $(-3, f(-3))$. Complete os gráficos anteriores.
 - $\Delta x = 0.05$, calcule o valor aproximado da derivada com este erro, e obtenha a equação da reta “*tangente*” no ponto $(-3, f(-3))$.
 - Faça os gráficos anteriores.
12. Altere algum dos programas que aparece na figura (2), página 8, para imprimir a derivada aproximada e a derivada “exata” em forma de coluna, lado a lado a derivada aproximada e a exata, para comparação. Rode o

programa para cada um dos valores propostos para Δx na questão anterior.

13. Para $f(x) = x^2 - 9$

- (a) Encontre as retas tangentes ao gráfico de f nos pontos

$$(-4, f(-4)), (-3, f(-3)), (0, f(0))$$

Faça os gráficos.

- (b) Use $\Delta x = 0.05$, calcule o valor aproximado da derivada com este erro, e obtenha a equação da reta “*tangente*” nos pontos

$$(-4, f(-4)), (-3, f(-3)), (0, f(0))$$

Complete os gráficos anteriores.

Referências

- [1] David I. Bell, Landon Curt Noll and Ernest Bowen
calc - uma linguagem interpretada com a sintaxe da linguagem C
<http://www.isthe.com/chongo/tech/comp/calc/>
- [2] *gnuplot, um programa para fazer gráficos com alguma capacidade algébrica e de programação*
<http://gnuplot.info>
- [Lendo] Erika Lindemann *Writing to learn*
http://www.calculo-numerico.sobralmatematica.org/textos/writing_to_learn_2p.pdf
- [3] *Um pacote para cálculo numérico*
<http://www.gnu.org/software/octave/>
- [4] *Um pacote para cálculo numérico*
Scilab grupe - INRIA <http://www.scilab.org>
- [5] Praciano-Pereira, T. *Cálculo Numérico Computacional* T. Praciano-Pereira edição eletrônica preliminar, procure *textos*, na página da disciplina <http://calculo-numerico.sobralmatematica.org/>
Versão em uma página por folha A4 ananu00.pdf ou versão em duas página por folha A4, ananu00_2p.pdf
- [6] Praciano-Pereira, T *Programas para Cálculo Numérico*
<http://www.4shared.com/dir/3801087/2fa7cabd/programas.html>
Procure *programas*, na página da disciplina <http://calculo-numerico.sobralmatematica.org/>
- [7] Programa *sistema* um algoritmo para calcular e fazer o gráfico de polinômio dadas quatro condições.
Procure “*sistema*” no link *programas*, na página da disciplina. <http://calculo-numerico.sobralmatematica.org/>
- [8] *A enciclopédia livre na Internet - Wikipédia*
<http://encyclopedia.thefreedictionary.com/>
<http://en.wikipedia.org/>
<http://pt.wikipedia.org>

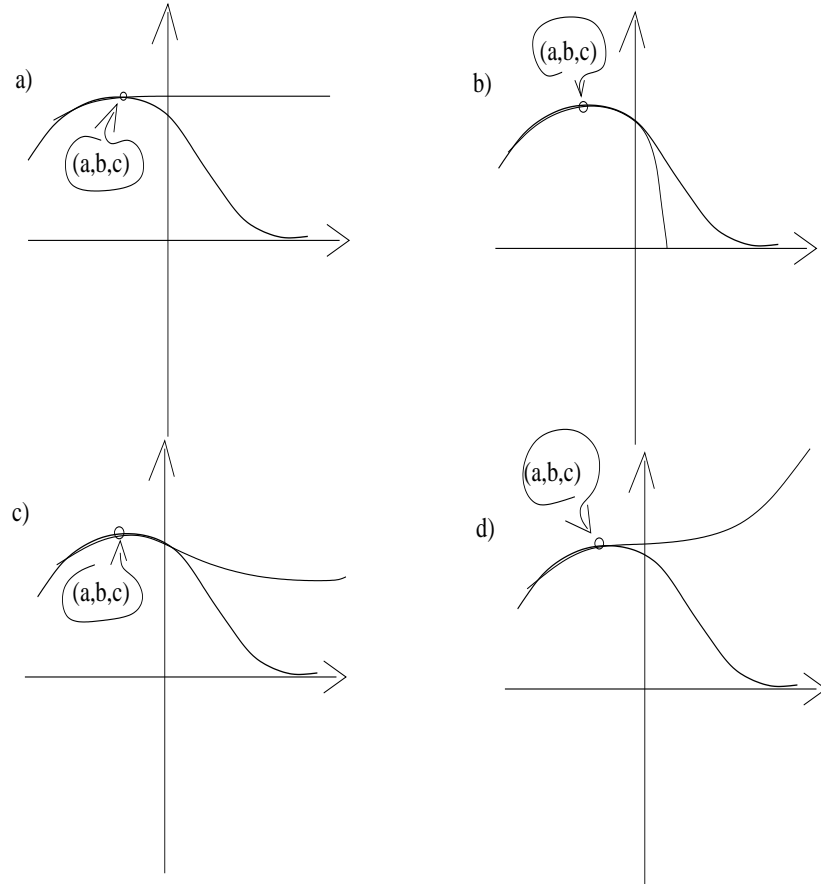


Figura 1: quatro cenários

a)

```

Program Pascal07;
Var
  x : real;
  delta : real;
Begin
  x :=0;
  Repeat
    WriteLn(x);
  Until x > 1;
  ReadLn;
End.

```

b)

```

Program Pascal07;
Var
  x : real;
Begin
  x :=0;
  Repeat
    WriteLn(x);
  Until x > 1;
  ReadLn;
End.

```

c)

```

Program Pascal07;
Var
  x : real;
  delta : real;
Begin
  x :=0;
  Repeat
    WriteLn(x);
    x := x + delta;
  Until x > 1;
  ReadLn;
End.

```

d)

```

Program Pascal07;
Var
  x : real;
  delta : real;
Begin
  x :=0;
  Repeat
    x := x + delta;
  Until x > 1;
  ReadLn;
End.

```

Figura 2: quatro programas errados