

Cálculo Numérico Computacional **complemento AP 01**
assunto: raízes de funções **tarcisio@member.ams.org**
T. Praciano-Pereira **Dep. de Matemática**
alun@:

Univ. Estadual Vale do Acaraú	15 de julho de 2008
Documento escrito com L ^A T _E X -	sis. op. Debian/Gnu/Linux

1 Orientação

Por favor, prenda esta *folha de rosto* na sua solução deste trabalho, deixando-a em branco. Ela será usada na correção, caso você a entregue pelo método medieval. Se você quiser entregar o trabalho eletronicamente, você poderá gravar o arquivo num CD, ou enviar o arquivo para o meu e-mail. Nestes casos use o nome correto para o arquivo:

cnum_seu_email_ap01.pdf

O CD lhe será devolvido, grave-o no modo multisessão e assim você poderá ter vários trabalhos ou textos guardados na mesma mídia.

Os trabalhos podem (e devem) ser feitos em equipe, neste caso um único trabalho deve ser entregue com os nomes e e-mails dos membros da equipe registrados no trabalho. Número máximo de membros por equipe: três. No caso de equipes, um dos membros da equipe deve dar o nome ao trabalho de acordo com o formato indicado acima.

Data da entrega do trabalho: dia 21 de Julho, segunda-feira, até 24:00 horas para entrega via e-mail, até 22:00 horas, na Coordenação de Matemática para entrega em papel ou em CD. Hora de Brasília (mesma hora de Sobral).

Método de avaliação: Leia o planejamento da disciplina, na página da disciplina, link “textos”. Nas questões de múltiplas escolhas pode haver 1 afirmação correta ou mais de uma afirmações corretas, neste último caso você deve indicar quais são todas as corretas. A justificativa é parte integrante da resposta, é insuficiente indicar qual (ou quais) alternativas estão corretas. Numere sequencialmente suas respostas e coloque cada justificativa em seguida à sua indicação de item correto. Não há pontos parciais, a questão deve estar inteiramente correta para receber um ponto.

A organização do seu trabalho faz parte da sua demonstração de conhecimentos.

Este trabalho se compõe de cinco questões de múltipla-escolha e uma questão discursiva.

2 Teoria

Interpolação linear e não linear, médias, raízes aproximadas, derivada aproximada, programação, busca de dados na Internet.

2.1 Interpolação

Interpolar significa usar valores médios em lugar dos valores que desconhecemos para os dados colhidos, nesta disciplina estaremos fazendo *interpolação polinomial*, leia [páginas 5,6,7][?].

2.2 Derivada aproximada

A derivada é o limite do quociente de diferenças, $\frac{\Delta f}{\Delta x}$, leia [páginas 9,10,11.12][?] a respeito.

2.3 Raíz aproximada

O gráfico, figura (1) mostra como podemos usar a *raíz da equação da reta secante* ao gráfico de f como um aproximação da raiz de f num intervalo em que ela troque de sinal. Você pode ler sobre raíz aproximada em [cap. 2][?]. A questão sobre este assunto contém um programa para mostrar com `gnuplot` o significado da aproximação da raíz usando a reta secante.

palavras chave: derivada aproximada, interpolação polinomial de grau três, interpolação linear, raíz aproximada de funções.

3 Exercícios

Exercícios 1 (Raíz) *Derivada aproximada, interpolação de dados*

1. Interpolação linear

A tabela

x_k	-5	-2	0	2	7
y_k	-5	-2	1	4	5

representa os dados medidos por um sensor.

- Ligando os pontos (x_k, y_k) com segmentos de reta ficam representados, graficamente, os valores médios (aritméticos) dos dados medidos em cada sub-intervalo.
- Na tabela, os pontos (x_k, y_k) correspondem aos nós de uma malha uniforme definida do intervalo $[-5, 7]$.
- Esta tabela subdivide o intervalo $[-5, 7]$, onde os dados foram colhidos, em 5 sub-intervalos.
- A interpolação linear dos dados representados pela tabela é uma poligonal com 4 lados.
- Se chamarmos de f a função representada pela tabela de dados, então o valor $f(1)$, obtido por interpolação linear, é 2.5.

contém as coordenadas de cinco pontos no plano.

- (a) Existem vários polinômios do quarto grau determinados por estes pontos.
- (b) Este conjunto de pontos determinam de maneira única um polinômio do quarto grau.
- (c) Determinar um polinômio do quarto grau significa encontrar os seus cinco coeficientes, para o que é necessário ter cinco condições numéricas.
- (d) Se P for um polinômio do quarto grau, então

$$P(-5) = 5; P(-2) = 2; P'(1) = 1; P(7) = 8; P'(7) = 2$$

determinam de maneira única este polinômio.

- (e) Se P for um polinômio do quarto grau, então

$$P(-5) = 5; P'(-5) = 2; P''(-5) = 1; P'''(-5) = 8; P'(7) = 2$$

determinam de maneira única este polinômio.

5. Raiz aproximada O gráfico, (1), página 5, pode ser reproduzido, num terminal do `gnuplot`, com os comandos.

```
f(x) = sin(0.2*(x+4))*(x+2)
a = -5.0; b = -3.0
m = (f(b)-f(a))/(b-a) ## coeficiente angular da reta secante
P(x) = f(a) + m*(x-a)
set xrange [-6:-2]
## set terminal postscript portrait enhanced
## set output "ap01_05.eps"
plot f(x), P(x), 0
print f(-4), (a - f(a)/m), f(-4) - f(a - f(a)/m)
pause -2
```

Analise o gráfico, figura 1, da função f e da reta tangente ao gráfico de f e decida qual das afirmações são verdadeiras.

- (a) Com um programa é possível encontrar um intervalo $[a, b]$ tal que $f(a), f(b)$ tenham sinais contrários.
- (b) Com um programa é sempre possível encontrar um intervalo $[a, b]$ tal que $f(a), f(b)$ tenham sinais contrários.
- (c) Com um programa é possível encontrar um intervalo $[a, b]$ tal que $f(a), f(b)$ tenham sinais contrários. Se $|b - a| < \epsilon$ podemos dizer que encontramos uma raiz de f com precisão ϵ .

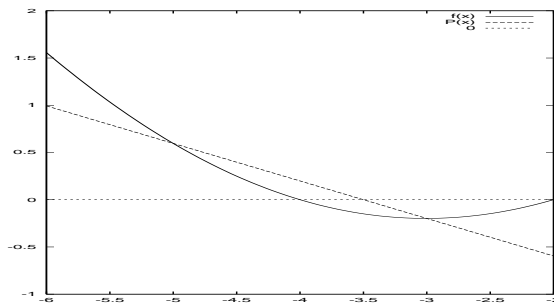


Figura 1: gráfico de f e de uma tangente.

- (d) Se com um programa conseguirmos encontrar um intervalo $[a, b]$ tal que $f(a), f(b)$ tenham sinais contrários, então a raiz da reta secante ao gráfico de f nos pontos extremos deste intervalo, $(a, f(a)), (b, f(b))$ pode ser um valor aproximado para a raiz de f no intervalo $[a, b]$.
- (e) A raiz x_0 , da¹ reta secante ao gráfico de f nos pontos $(a, f(a)), (b, f(b))$ é dada pela expressão

$$m = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} ; x_0 = a - \frac{f(a)}{m}$$

Você pode ler mais, a respeito das raízes aproximadas de uma função, usando a reta secante, da equação da reta tangente a um ponto do gráfico de f no [capítulo 2, página 47] [?].

- (f) O erro entre a raiz de f no intervalo $[-5, -3]$ e a raiz da reta secante é menor do que 0.15.

6. Aproximação linear - um tipo de modelagem Estude a figura (2), página 5, e possivelmente leia sobre adiabático na Wikipedia [8], ou em qualquer

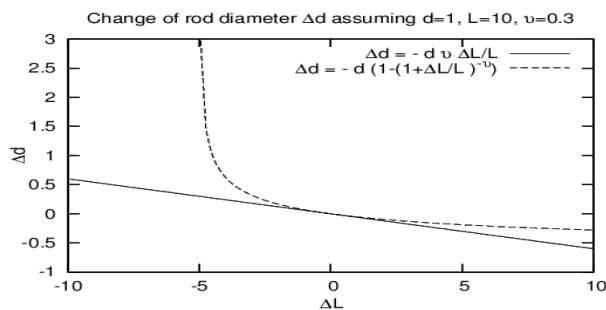


Figura 2: O significado relativo da linearização

¹da equação da reta secante

texto sobre mecânica dos flúidos, e escreva um texto sobre “o significado relativo da linearização, substituição de uma curva, por uma aproximação linear”.

Referências

- [1] David I. Bell, Landon Curt Noll and Ernest Bowen
calc - uma linguagem interpretada com a sintaxe da linguagem C
<http://www.isthe.com/chongo/tech/comp/calc/>
- [2] *gnuplot, um programa para fazer gráficos com alguma capacidade algébrica e de programação*
<http://gnuplot.info>
- [Lendo] Erika Lindemann *Writing to learn*
http://www.calculo-numeric0.sobralmatematica.org/textos/writing_to_learn_2p.pdf
- [3] *Um pacote para cálculo numérico*
<http://www.gnu.org/software/octave/>
- [4] *Um pacote para cálculo numérico*
Scilab grupe - INRIA <http://www.scilab.org>
- [5] Praciano-Pereira, T. *Cálculo Numérico Computacional* T. Praciano-Pereira
edição eletrônica preliminar, procure *textos*, na página da disciplina
<http://calculo-numeric0.sobralmatematica.org/>
Versão em uma página por folha A4 [anadu00.pdf](#) ou versão em duas página por folha A4, [anadu00_2p.pdf](#)
- [6] Praciano-Pereira, T *Programas para Cálculo Numérico*
<http://www.4shared.com/dir/3801087/2fa7cabd/programas.html>
<http://www.calculo-numeric0.sobralmatematica.org/programas>
Procure *programas*, na página da disciplina
<http://calculo-numeric0.sobralmatematica.org/>
- [7] Programa **sistema** um algoritmo para calcular e fazer o gráfico de polinômio dadas quatro condições.
Procure “sistema” no link *programas*, na página da disciplina.
<http://calculo-numeric0.sobralmatematica.org/>
- [8] *A enciclopédia livre na Internet - Wikipédia*
<http://encyclopedia.thefreedictionary.com/>
<http://en.wikipedia.org/>
<http://pt.wikipedia.org>