

Cálculo Numérico Computacional **Lista 01**
Rev. de Cálculo e computação tarcisio@member.ams.org
Prof. T. Praciano-Pereira **Dep. de Matemática**

alun@:

Univ. Estadual Vale do Acaraú 21 de outubro de 2007

Documento escrito com \LaTeX sis. op. Debian/Gnu/Linux

Por favor, prenda esta *folha de rosto* na sua solução desta lista, deixando-a em branco. Ela será usada na correção.

As listas podem ser respondidas eletronicamente, analise a informação sobre a entrega de arquivos. Tudo que você escrever em papel estará perdido e provoca poluição, o que você escrever eletronicamente, poderá re-utilizar posteriormente em outro trabalho.

Aprenda a usar \LaTeX , para escrever matemática. Você encontra algum auxílio para se iniciar na página do Curso de Matemática

<http://sobralmatematica.wordpress.com>

objetivo re-adquirir familiaridade com questões de Cálculo e de computação, necessárias à disciplina. Conscientemente, ignore as questões que você domina, o objetivo não é perder tempo, mas ao mesmo tempo, aprofunde e procure outras questões parecidas com as que você não domina para aumentar a sua prática.

A lista está estruturada como um tutorial, cada questão contribui para uma compreensão da que vem depois.

As questões discursivas tem o objetivo conduzi-l@ a ser um@ autor@ de textos matemáticos. Escreva livremente.

O programa **gnuplot** é um pacote computacional para fazer gráficos, tem também uma versão que roda em windows que pode ser encontrada aqui

<http://www.gnuplot.info>

ou aqui

<http://www.4shared.com/file/10356501/8783d294/gp400win32.html>

Na revisão de programação, eu vou usar livro *Cálculo Numérico Computacional* que pode ser adquirido na Coordenação do Curso de Matemática. A expressão “do livro” se refere a este texto.

Você vai precisar do compilador do TurboPascal, para windows ou do **gpc** em Linux. Mas eu vou logo em seguida conduzi-lo para usar a linguagem **C**, **gnuplot**, **scilab**, **octave**, veja na bibliografia onde pode obter estes pacotes computacionais.

palavras chave: Derivadas parciais, derivação implícita, equação da reta tangente, varredura, malha, fórmula de Taylor

Exercícios 1 *Revisão de Cálculo e computação*

1. *Equação da reta que passa num ponto*

- (a) teórica Escreva a equação da reta que passa no (a, b) e tem coeficiente angular m .
- (b) aplicação Escreva as equações das retas que passam no (a, b) com o coeficiente angular indicado, em cada item abaixo. Faça gráficos procurando ser preciso. Você pode usar **gnuplot** ou **xfig** para fazer estes gráficos, mas deve indicar por escrito como fez.

no ponto	coef. angular	no ponto	coef. angular
(a, b)	m	(a, b)	m
$(-1, 3)$	-3	$(-1, 3)$	1
$(-1, 3)$	-1	$(-1, 3)$	2

- (c) teórica Escreva a equação da reta que passa nos pontos $(a_1, b_1), (a_2, b_2)$.
- (d) aplicação Escreva as equações das retas que passam nos pontos indicados em cada um dos itens abaixo. Para cada caso faça gráficos precisos. Você pode usar **gnuplot** ou **xfig** para fazer estes gráficos, mas deve indicar por escrito como fez.

P_1	P_1	P_1	P_1
(a_1, b_1)	(a_2, b_2)	(a_1, b_1)	(a_2, b_2)
$(-1, 3)$	$(1, -3)$	$(1, -3)$	$(-3, 1)$
$(-1, 3)$	$(3, 3)$	$(1, 3)$	$(-2, 5)$

2. **teoria** *Reta tangente ao gráfico de uma função* Fórmula de Taylor. A derivada de uma função nos fornece o coeficiente angular instantâneo da mesma no ponto:

$f'(a)$ é o coeficiente angular instantâneo de f em $(a, f(a))$

- (a) **teórica** *Fórmula de Taylor - equação da reta* Escreva a equação da reta que passa no $(a, f(a))$ e é tangente ao gráfico da função neste ponto. Observe que você deseja a equação da reta que passa no ponto $(a, f(a))$, com coeficiente angular $f'(a)$. Faça um gráfico genérico mostrando o que acontece.
- (b) **Aplicação - derivada algorítmica** Para cada item abaixo faça o gráfico da função e da reta tangente no ponto $(a, f(a))$ indicado. Você pode usar `gnuplot` ou `xfig` para fazer estes gráficos, mas deve indicar por escrito como fez.

$f(x) = (x + 3)(x - 4)$	$a = -3$
$f(x) = (x + 3)(x - 4)$	$a = 4$
$f(x) = (x + 3)(x - 4)$	$a = 0.5$
$f(x) = \sin(x)(x + 1)$	$a = -4$
$f(x) = \sin(x)(x - 1)(x - 5)$	$a = -2$
$f(x) = \cos(x)(x + 3)(x - 4)$	$a = 0.5$

3. Altere o programa que se encontra na página 19 do livro para imprimir alguns números.
4. Faça os exercícios da página 24 do livro.
5. Altere o programa da página 26 do livro para que ele escreva quatro termos de uma progressão aritmética cujo primeiro termo seja 3 e razão 4.
6. Leia o texto e o programa, página 26, do livro, coloque o `Readln` no ponto adequado e rode o programa.
7. Descubra o erro nos programas da página 28 do livro.
8. Na página 28, observe que o número 100 que aparece no programa é muito grande para que você possa ver o que aconteceu. Reduza este número para tornar o programa mais interessante.
9. Escreva um programa que

- (a) produza uma progressão aritmética de razão 0.5, primeiro termo 3 e o número de termos 10;

- (b) produza uma progressão aritmética de razão 5, primeiro termo -3 e o número de termos 10;
- (c) uma progressão geométrica de razão 7% com primeiro termo 1000 e com 12 termos. Obtenha outra cuja razão seja 0.5%. Uma delas (qual ?) mostra como cresce sua dívida se você usar cheque especial ou cartão de crédito.
- (d) Faça os exercícios da página 32 do livro.
- (e) Termine o capítulo 1 do livro nas próximas duas semanas, é pura revisão do seu curso de introdução á programação.

10. Derivada aproximada O quociente

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x} \approx f'(a) \quad (1.1)$$

é uma aproximação do valor da derivada de f no ponto $x = a$ quando Δx for pequeno. Os próximos itens servem para que você desenvolva a sua intuição com respeito a esta aproximação, faça gráficos bem feitos que permitam você se convencer do seu significado, a precisão com que os gráficos serão feitos é parte essencial da questão, um gráfico mal feito não lhe indicará nada, use papel quadriculado (ou milimetrado). Você pode também obter estes gráficos com `gnuplot` mas deve ter cuidado porque `gnuplot` deforma o gráfico ao tentar otimizar a tela usando totalmente para o gráfico. Você pode contornar isto escolhendo o tamanho do espaço em `OY` e em `OX` com os comandos

```
set xrange [inicioX:fimX],
set yrange [inicioY:fimY].
```

- (a) Considere $f(x) = x^2 - 2x - 3$ e encontre a reta tangente ao gráfico de f no ponto $(1, f(1))$. Faça o gráfico.
- (b) Use $\Delta x = 0.2$, calcule o valor aproximado da derivada com este erro, e obtenha a equação da reta "tangente" no ponto $(1, f(1))$. Faça o gráfico.
- (c) Use $\Delta x = 0.05$, calcule o valor aproximado da derivada com este erro, e obtenha a equação da reta "tangente" no ponto $(1, f(1))$. Faça o gráfico.
- (d) Com $f(x) = x^2 - 2x - 3$ e encontre a reta tangente ao gráfico de f no ponto $(-3, f(-3))$. Complete o gráfico anterior.
- (e) Use $\Delta x = 0.2$, calcule o valor aproximado da derivada com este erro, e obtenha a equação da reta "tangente" no ponto $(-3, f(-3))$. Complete os gráficos anteriores.
- (f) Use $\Delta x = 0.05$, calcule o valor aproximado da derivada com este erro, e obtenha a equação da reta "tangente" no ponto $(-3, f(-3))$. Complete os gráficos anteriores.

11. Faça um programa que imprima a derivada aproximada, por quociente de diferenças, do item anterior. Aprenda a usar função, em Pascal, veja um exemplo na página 56 do livro.

12. Para $f(x) = x^2 - 9$

(a) Encontre as retas tangentes ao gráfico de f nos pontos

$$(-4, f(-4)), (-3, f(-3)), (0, f(0))$$

Faça os gráficos.

(b) Use $\Delta x = 0.05$, calcule o valor aproximado da derivada com este erro, e obtenha a equação da reta "tangente" nos pontos

$$(-4, f(-4)), (-3, f(-3)), (0, f(0))$$

Complete os gráficos anteriores.

13. Significado da derivada Considere a função $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$

(a) Calcule a derivada f' .

(b) Encontre as raízes de f' e deduza os pontos extremos relativos f

(c) Deduza um esboço do gráfico de f do gráfico da derivada.

Referências Bibliográficas

- [1] Praciano-Pereira, T. *Cálculo numérico Computacional - Introdução à linguagem Pascal* - Editora da Universidade Estadual Vale do Acaraú - 2000
<http://www.4shared.com/file/14206895/ae074651/pascal.html>
- [2] *Cálculo numérico Computacional* - Edição Eletrônica
Laboratório de Matemática Computacional - 2007
<http://www.4shared.com/dir/1751707/4c187abc/sharing.html>
- [3] Praciano-Pereira, T. *Programas para Cálculo Numérico*
<http://www.4shared.com/dir/3801087/2fa7cabd/programas.html>
- [4] *A enciclopédia livre na Internet - Wikipédia*
<http://encyclopedia.thefreedictionary.com/>
http://en.wikipedia.org/wiki/Fibonacci_number