

Cálculo Numérico “Computacional”

Toda a matéria

T. Praciano-Pereira

alun@:

ap 02

tarcisio@member.ams.org

Dep. de Matemática

Univ. Estadual Vale do Acaraú

14 de abril de 2008

Documento escrito com L^AT_EX - sis. op. Debian/Gnu/Linux

2 Informações

Por favor, se você usar o método medieval para entrega desta lista, em papel, prenda esta *folha de rosto* na solução desta lista, deixando-a em branco. Ela será usada na correção. Se você quiser entregar o trabalho eletronicamente, acesse a página da disciplina em

<http://www.calculo-numerico.sobralmatematica.org>

e procure o link “entrega de trabalhos”. Por favor, siga as instruções sobre nomes de arquivos. Observe a denominação correta para o arquivo, *letra minúscula, sem espaços, sem acentuação, com o formato:*

num_curso_seunome_ap02.pdf

Seu curso: eng, com, mat, apenas três letras.

Como seu nome, aquí tem uma novidade, usar o seu e-mail. Isto facilita as coisas para mim, a identificação mais clara do autor do trabalho. Por exemplo, se eu fosse entregar um trabalho, este seria o nome do arquivo:

num_mat_tarcisio@member.org_ap02.pdf

Não se esqueça de colocar o seu nome dentro do trabalho.

Data da entrega do trabalho: dia 22 de Abril, terça-feira. Data da publicação das notas finais, sem NAF, sexta-feira, dia 25 de Abril, data para NAF dia 28 de Abril, segunda-feira.

Se o trabalho for feito em equipe, *é suficiente uma única cópia para a toda a equipe*. Limite do número de participantes por equipe: 03. Equipes com mais três alunos serão vistas negativamente e é preciso entrar em contacto comigo para justificar o tamanho da equipe.

3 Orientação

objetivo: Aplicação das técnicas do Cálculo Numérico para análise de problemas da vida real.

palavras chave: integração aproximada, equações diferenciais discretas, aproximação polinomial, raiz aproximada.

4 Exercícios

Exercícios 1 (Análise de problemas) *Análise de problemas da vida real*

1. Raízes de uma função encontre, e justifique, um ponto onde

$$z = f(x, y) = x^2 - 3x^2y + y^3 - 3 \quad (1)$$

seja zero.

orientação A equação $f(x, y) = 0$ é um objeto de dimensão 1, conte o número de variáveis e tire 1, é a curva de nível zero. É uma curva plana, mas $z = f(x, y)$ tem dimensão 2, é uma superfície, logo você vai ter que fazer uma varredura em uma região retangular do domínio de f para encontrar um “pequeno retângulo” do domínio onde f troque de sinal,

$$[x_k, x_{k+1}] \times [y_j, x_{j+1}]$$

Depois encontre um plano tangente em um dos vértices deste “pequeno retângulo”, por exemplo em $(x_k, y_j, f(x_k, y_j))$ e ache onde este plano se anula. É uma solução aproximada do problema. A solução exata não me interessa.

Justifique todos os seus cálculos, a determinação do “pequeno retângulo” mencionado acima deve ser feito com um programa e o programa apresentado representa a justificação. Erro aceitável: 0.01.

2. Calcule aproximadamente a integral

$$\int_{-3}^3 \int_{-4}^5 f(x, y) dx dy$$

e verifique o resultado calculando exatamente a integral. A equação de f é (1). O programa feito para fazer a varredura no item anterior pode ser re-utilizado para esta questão, use soma de Riemann.

3. Campo vetorial e solução de equação diferencial

- (a) Suponha que a função definida na equação (1) represente, em cada ponto da região $[-3, 3] \times [-4, 5]$ o coeficiente angular de um vetor (por exemplo direção do vento soprando na região, captado por um sensor direcional de vento).

Faça um gráfico deste campo de vetores com usando $\Delta x = 0.5$ tanto na direção OX como na direção OY para uma malha bidimensional. Considere os nós da malha como ponto de onde os vetores partem com coeficiente angular $f(x_i, y_j)$.

- (b) No item anterior você resolveu uma equação diferencial, aproximadamente e graficamente. Qual das equações foi resolvida:

i. $dy = f(x, y)$

ii. $A(x, y)dx + B(x, y)dy = 0$

Justifique a sua resposta.

4. Encontre uma situação concreta, um problema real, que possa ser resolvido pela equação diferencial do item anterior. Observe que numa situação real a função $z = f(x, y)$ vai ser lida dada discretamente, quer dizer, você vai ter uma tabela com os valores de f nos nós de uma malha, onde foram colocados os sensores.

Faça uma análise dos dados colhidos e da solução. Você deve chegar a uma conclusão oferecendo um laudo que diga se os dados colhidos indicam algum interesse para que o “potencial” analisado (por exemplo ventos para produzir energia) são ou não interessantes (economicamente).