Cálculo Numérico Computacional	**Solução lista 09**
Toda a matéria	tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira	**Dep. de Matemática**
Univ. Estadual Vale do Acaraú	16 de maio de 2007

Exercícios 1 *Aproximação polinomial*

palavras chave: *aproximação polinomial, derivadas parciais, gradiente, plano tangente, integral aproximada, valor médio integral, derivada aproximada, raizes de uma função*

objetivo: *ter uma visão geral da disciplina.*

1. *Considere a tabela de dados, 1, obtida por um levantamento estatístico*

Tabela 1: Dados obtidos por um levantamento

x_k	y_k	d_k
1.5	45	3.75
2	117	3.9
4	84	3
6	115	3.71
8	110	3.55
10	66	2.13

em que x_k, y_k, d_k representam, respectivamente, o ponto em que os dados foram colidos, a intensidade do fenômeno medido, e a taxa variação medida no ponto de coleta.

Calcule, usando interpolação polinomial por pedaços de terceiro grau os valores deste fenômeno nos pontos

$$\{2.5, 7.5, 9.2\} \tag{1}$$

Solução 1 *Há cinco intervalos determinados pelos nós, determinando os polinômios*

$$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$$

cujos coeficientes se encontram calculados abaixo pelo programa `ex0732.c`.

$$x \in [1.50, 2.00]\ (a0, a1, a2, a3) = (45.0, 3.75, 841.199951, -1121.399902) \tag{2}$$
$$x \in [2.00, 4.00]\ (a0, a1, a2, a3) = (117.0, 3.9, -30.15, 9.974999) \tag{3}$$
$$x \in [4.00, 6.00]\ (a0, a1, a2, a3) = (84.0, 3.0, 18.394997, -6.072498) \tag{4}$$
$$x \in [6.00, 8.00]\ (a0, a1, a2, a3) = (115.0, 3.710, -9.235002, 3.065001) \tag{5}$$
$$x \in [8.00, 10.00]\ (a0, a1, a2, a3) = (110.0, 3.550, -37.614998, 12.419999) \tag{6}$$

Os valores nos pontos indicados são

$$2.5 \mapsto P_2(2.5) = 112.659386 \tag{7}$$
$$7.5 \mapsto P_4(7.5) = 110.130508 \tag{8}$$
$$9.2 \mapsto P_5(9.2) = 81.555252 \tag{9}$$

Estes valores foram retirados do arquivo "dados" gerado pelo programa `ex073.c` *assim como também os valores obtidos para os coeficientes dos 5 polinômios por pedaços.*

O gráfico do polinômio pode ser visto na figura (1) página 2,

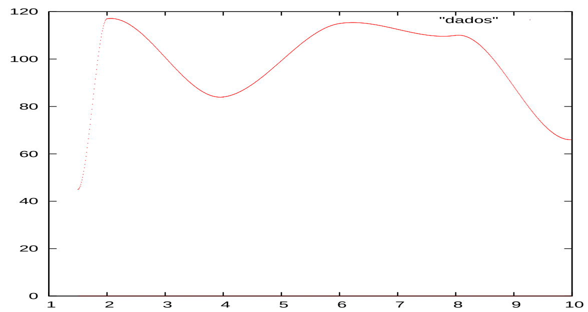

Figura 1: Quasi-splines aproximando dados discretos

2. *Calcule o valor médio do fenômeno medido na tabela 1 usando*
   - *apenas os valores medidos pelo levantamento de dados;*
   - *usando a aproximação polinomial (interpolação polinomial).*
3. *Faça um laudo sobre a precisão do levantamento obtido na tabela 1 a partir da comparação entre as médias calculadas justificando a sua opinião detalhadamente.*
4. *A tabela 4 representa os valores de sete insumos que entram na produção de um produto, um destes itens sendo o custo de produção do produto, por unidade do mesmo.*

   Os dados na tabela representam, respectivamente, o número de ordem de cada item, o seu preço na data (momento inicial do ciclo econômico), e taxa de variação do preço nesta mesma data.

Tabela 2: Dados da produção do produto X

item	preço	taxa de var.
1	46,00	1.48
2	63,50	2.1
3	79,05	-2.55
4	82,70	2.73
5	33,25	1.06
6	58,30	-2.07
7	64,00	2.06

Calcule o preço do produto no momento em que os dados foram coletados e a previsão de preço do produto ao final do próximo ciclo de produção. Considere a "distância" entre os dois momentos como sendo $\Delta_k = 1$ para cada uma das variáveis envolvidas.

Solução 2 *Fazendo uma aproximação linear (variedade linear tangente) o preço do produto no momento em que os dados foram coletados é a soma da coluna "preço" da tabela 4,*

$$46.00 + 63.50 + 79.05 + 82.70 + 33.25 + 58.30 + 64.00 = 426.8 \tag{10}$$

O proximo preço do produto é obtido como o valor de variedade linear tangente. Temos uma função vetorial de dimensão sete:

$$X = (x_1, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$$

com o seu valor inicial calculado no ponto (vetor) A como a soma dos preços dos insumos que entram na composição do produto (um dos quais é o custo de produção), $F(A) = 426.8$

$$A = (a_1, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7) \tag{11}$$

$$F(A) = 426.8 \tag{12}$$

$$X = (x_1, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) \tag{13}$$

$$T(X) = F(A) + \sum_{k=1}^{7} \frac{\partial F}{\partial xk} \Delta_k \tag{14}$$

$$T(A_1) = F(A) + 1.48 + 2.1 - 2.55 + 2.73 + 1.06 - 2.07 + 2.06 \tag{15}$$

$$T(A_1) = 426.8 + 4.81 = 431.61 \tag{16}$$

5. *Calcule as raízes (aproximadamente) da função*

$$f(x) = x^5 * \cos(x) + x^2 + sin(x) + 1 \tag{17}$$

no intervalo $[-10, 10]$ indicando o(os) método(os) utilizado(os) e apresentando os cálculos efetuados.

Solução 3 *Usando o programa* `raizes.c` *temos a seguinte saída de dados*

```
============= tres modos ===========
Raiz provavel da funï¿½o no intervalo [-7.900000, -7.800000]
 ========1o modo: por busca binaria =======
f(-7.851904) =  -0.347118
========2o modo: pelo modo da secante =========
f(-7.851916) =  0.000000
========3o modo: pelo modo da tangente ========
f(44.522336) =  150046218.435347
========  fim do caso troca de sinal  ========


============= tres modos ===========
Raiz provavel da funï¿½o no intervalo [-4.800000, -4.700000]
 ========1o modo: por busca binaria =======
f(-4.722705) =  0.068024
========2o modo: pelo modo da secante =========
f(-4.722734) =  0.000000
========3o modo: pelo modo da tangente ========
f(-1.270895) =  0.680326
========  fim do caso troca de sinal  ========

============= tres modos ===========
Raiz provavel da funï¿½o no intervalo [1.800000, 1.900000]
 ========1o modo: por busca binaria =======
f(1.831787) =  -0.000226
========2o modo: pelo modo da secante =========
f(1.831780) =  0.000000
========3o modo: pelo modo da tangente ========
f(-1.443994) =  1.299206
========  fim do caso troca de sinal  ========


============= tres modos ===========
Raiz provavel da funï¿½o no intervalo [1.800000, 1.900000]
 ========1o modo: por busca binaria =======
f(1.831787) =  -0.000226
========2o modo: pelo modo da secante =========
f(1.831780) =  0.000000
========3o modo: pelo modo da tangente ========
f(-1.443994) =  1.299206
========  fim do caso troca de sinal  ========
```

```
============= tres modos ===========
Raiz provavel da funï¿½o no intervalo [4.700000, 4.800000]
 ========1o modo: por busca binaria =======
f(4.702783) =  0.021380
========2o modo: pelo modo da secante =========
f(4.702774) =  -0.000000
========3o modo: pelo modo da tangente ========
f(2.839835) =  -166.992008
========  fim do caso troca de sinal  ========


============= tres modos ===========
Raiz provavel da funï¿½o no intervalo [7.800000, 7.900000]
 ========1o modo: por busca binaria =======
f(7.856104) =  0.212863
========2o modo: pelo modo da secante =========
f(7.856111) =  -0.000000
========3o modo: pelo modo da tangente ========
f(-5.181770) =  -1661.114920
========  fim do caso troca de sinal  ========
```

Indicando que há raízes nos intervalos (com o valor aproximado encontrado pelo programa usando uma varredura $\delta = 0.1$

$$[-7.900000, -7.800000]\ ;\ f(-7.851904) = -0.347118 \quad (18)$$

$$[-4.800000, -4.700000]\ ;\ f(-4.722705) = 0.068024 \quad (19)$$

$$[1.800000, 1.900000]\ ;\ f(1.831787) = -0.000226 \quad (20)$$

$$[4.700000, 4.800000]\ ;\ f(4.702783) = 0.021380 \quad (21)$$

$$[7.800000, 7.900000]\ ; f(7.856104) = 0.212863 \quad (22)$$

O grafico desta função pode ser visto nas figuras (2) página 6, (3) página 6, (a segunda mostra, em detalhe, o gráfico no intervalao $[-2, 2]$*),*

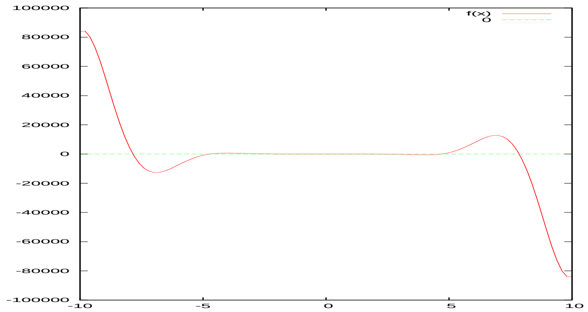

Figura 2: $f(x) = x^5 * \cos(x) + x^2 + sin(x) + 1$

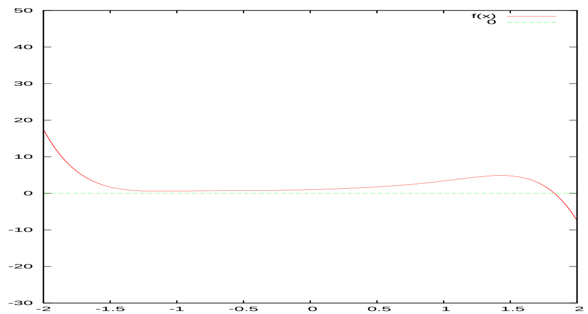

Figura 3: $f(x) = x^5 * \cos(x) + x^2 + sin(x) + 1x \in [-2, 2]$