

Cálculo Numérico Computacional  
aproximação polinomial - integral aproximada  
T. Praciano-Pereira

7a. Lista

Dep. de Matemática

**aluno:**

---

---

Univ. Estadual Vale do Acaraú

13 de abril de 2007

---

---

Por favor, prenda esta *folha de rosto* na sua solução desta lista, deixando-a em branco. Ela será usada na correção.

### Exercícios 1 *Integral aproximada*

*objetivo:* Nesta lista você vai calcular aproximadamente, usando polinômios por pedaços do terceiro grau (quase-splines) a integral de uma função cujo valor exato nós podemos encontrar, desta forma você terá uma avaliação do modelo que estamos propondo os *quase-splines*. Nesta lista você também vai aprender um método de *validação estatística* do cálculo aproximado que poderá ser aplicado na validação de um modelo qualquer.

*A última questão da lista não receberá nenhuma pontuação mas se não for feita a lista será recusada. Ela é obrigatória.*

#### 1. Quantidade de um fenômeno

Considere a seguinte tabela de dados (obtidos por um sensor)

$x_k$	$y_k$	$d_k$
-7	-10	-70.650
0	0	-0.533
7	6	75

em que  $x_k$  são os nós da malha e  $y_k, d_k$  são, respectivamente o valor medido e a taxa de variação calculada em cada nó.

- Encontre um polinômio por pedaços do terceiro grau,  $P$ , que represente o fenômeno no intervalo  $[-7, 7]$  e faça o gráfico.
- Calcule a integral aproximada do fenômeno assim modelado no intervalo  $[-7, 7]$
- Calcule o valor médio do fenômeno
  - usando apenas os dados colhidos;
  - usando a integral calculada.
- validação do modelo Emita um laudo sobre a validade dos dados, baseado no cálculo dos dois tipos de valor médio, justificadamente.

#### 2. Integral aproximada

- Calcule, usando aproximação poliômial por pedaços, a integral

$$\int_{-1}^1 1 + x^2 dx \quad (1)$$

Calcule também, (1) o valor exato da integral e (2) a diferença entre o valor aproximado e o exato.

Sugestão: use a malha  $\{-1, 0, 1\}$

- Calcule o valor médio integral de  $f(x) = 1 + x^2$  no intervalo  $[-1, 1]$  e o valor médio integral da aproximação poliômial.

- (c) validação do modelo Emita um laudo sobre a validade dos dados, baseado no cálculo dos dois tipos de valor médio, justificadamente.

3. Validação estatística

- (a) Integral aproximada

Calcule, usando aproximação poliômial por pedaços, a integral

$$I_0 = \int_{-3}^3 x^2 \text{sen}(x) dx \quad (2)$$

usando malha com norma  $\delta = 0.5$ .

- (b) Refinamento da malha

Refaça o cálculo da integral com norma  $\delta = 0.25$ , chame-o de  $I_1$  e depois com norma  $\delta = 0.1$ , chame-o de  $I_2$  e calcule as diferenças

$$|I_0 - I_1|, |I_1 - I_2| \quad (3)$$

Faça uma análise desta seqüência de diferenças e decida se é importante fazer um novo refinamento da malha justificando a sua conclusão.

4. Considere  $f(x) = (x+1)(x-1)(x+4)\text{sen}(x)$  definida no intervalo  $[-7, 7]$ .

- (a) Conhecendo os valores de  $f$  e de sua derivada nos pontos  $-7, \pm\sqrt{\pi}, 7$ , encontre um polinômio por pedaços do terceiro grau (três pedaços) que represente aproximadamente  $f$ .

- (b) Calcule o valor aproximado de  $f$  nos pontos

$$\{-3, -0.51, 0, 2, 4, 5\}$$

usando esta aproximação e indique o erro cometido (compare com o valor exato).

- (c) Faça os gráficos de  $f$  e da aproximação polinomial por pedaços obtida e faça um laudo técnico do resultado.

- (d) Use esta aproximação para calcular o valor de

$$\int_{-7}^7 f(x) dx$$

Observe que não seria fácil calcular esta integral exatamente, tente, (indique um método para o cálculo exato da integral).

- (e) Calcule o valor médio no intervalo  $[-7, 7]$  (1) da aproximação polinomial, (2) da função  $f(x) = (x+1)(x-1)(x+4)\text{sen}(x)$

5. Interpolação dita de Lagrange Calcule o polinômio dito de Lagrange que interpola os pontos

$$\{(-7, 4), (-3, -2), (1, 0), (3, 5), (9, 5)\}$$

e faça o gráfico.

6. Discussão sobre o método Redija a sua forma de ver a seguinte situação: calculamos as integrais aproximadas de funções cujas integrais exatas sabemos calcular. Isto parece ser um absurdo. Justifique cuidadosamente a sua opinião, em particular use exemplos desta lista para apoiar o seu ponto de vista.

*Esta questão é obrigatória, sem ela a sua lista de exercícios ficará **anulada**, entretanto a sua opinião não será avaliada, isto é, você não corre o risco de perder pontos ao emitir uma opinião.*

*A sua forma de ver o conteúdo desta lista será usada pelo professor para corrigir eventuais erros na condução e planejamento da disciplina.*