Cálculo Numérico Computacional Exercícios **lista 05**
Ap. de Raizes aproximadas MinMax e curva de nível
Prof. Tarcisio Praciano-Pereira **Dep. de Matemática**
tarcisio@member.ams.org

aluno:

Univ. Estadual Vale do Acaraú 5 de março de 2007

Por favor, prenda esta folha de rosto na sua solução desta lista deixando-a em branco. Ela será usada para a correção.

Exercícios 1 *Extremos de funções e seus gráficos*

Aplicação da determinação aproximada das raizes, aplicação do diferencial total para determinação de curvas de nível (aproximadamente).

1. *Derivada e extremos*

   Onde a derivada de uma função se anular, aí se encontram, possivelmente, os extremos (máximo ou mínimo) da função.

   Considere $f(x) = \frac{\sin(x+3)}{1+x^2}$; $x \in [-10, 10]$.

   (a) *Calcule sua derivada e encontre os intervalos onde ela troca de sinal. Determine com um erro menor do que* 0.01 *as raízes da derivada.*

   (b) *Encontre também com erro menor do* 0.01 *as raízes de* f.

   (c) *Usando estas informações (justificamente) faça um esboço gráfico de* f *(a mão).*

   (d) *Compare com o gráfico feito por Gnuplot e corrija os seus cálculos se for necessário.*

2. *Reta secante e zeros* *Suponha que uma função contínua troque de sinal no intervalo* $[a, b]$. *Considere que* x_1 *é o zero da reta secante que passa nos pontos*

   $$(a, f(a)), (b, f(b))$$

   (a) *Use um gráfico e se convença de que* x_1 *é uma aproximação da raiz de* f *e justifique.*

   (b) *Prove que se* f *troca de sinal no intervalo* $[a, b]$ *e* $x_1 \in [a, b]$ x_1 *for o zero da reta secante que passa nos pontos*

   $$(a, f(a)), (b, f(b))$$

   então uma das afirmações seguintes deve é verdadeira é verdadeira:

   - f *troca sinal em* $[a, x_1]$
   - f *troca sinal em* $[x_1, b]$

   No caso verdadeiro verifique que nova reta secante pode ser traçada determinando assim um novo zero aproximado, chame-o x_2.

   (c) *Repita o processo descrito acima para encontrar uma sucessão*

   $$x_3, x_4, x_5, x_6$$

   de zero aproximados para f. *Escreva a fórmula para* x_n *neste algoritmo.*

   (d) *Descreva, de forma algorítmica (escreva um programa), o método para calcular aproximadamente uma raiz de* f *no intervalo* $[a, b]$ *usando esta sucessão de secantes e de raízes das secantes.*

(e) *Use o método da secante para encontrar os zeros de f' se*

$$f(x) = sen(x)/(1 + x^2)$$

com erro menor do que 0.01.

3. Busca binária. *Este método oferece uma alternativa poderosa ao* método da secante. *Na descrição feita no exercício no. 2, substitua no* cálculo do zero da reta secante *o ponto x_1 é o ponto médio do intervalo $[a, b]$ e sucessivamente x_1 será o ponto médio de um dos intervalo $[a, x_1]$ ou $[x_1, b]$ conforme haja troca de sinal.*

   Use o método de busca binária para encontrar os zeros de f' se

$$f(x) = sen(x)/(1 + x^2)$$

   com erro menor do que 0.01.

4. Anĺise de algoritmo. *Coloque um contador nos programas que você tiver usado para os* método da secante *e da* busca binária *e faça um relatório comparativo dos métodos com o número de iteradas necessárias em cada método para obter a precisão estipulada. Conclua se um dos métodos é mais efetivo e justifique sua conclusão com os dados estatísticos produzidos.*

5. Resolvendo $F(x, y) = c$. *Considere uma função numa região retangular do plano onde ela está definida e é continuamente derivável.*

   (a) *Descreva como podemos fazer uma varredura desta região retangular para determinar uma família finita de soluções da equação (curva de nível) $F(x, y) = c$. Escreva o algoritmo.*

   (b) *Melhore o algoritmo com uma varredura fina a partir de cada intervalo onde houve uma solução afima de produzir uma solução mais precisa.*

   (c) *O problema $F(x, y) = c$ é uma curva de nível. Encontrada uma solução por varredura, podemos usar a equação reta dedutível do diferencial total*

$$dz = 0 = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial y}dy$$

   substituindo

$$m = -\tfrac{\partial F}{\partial x}/\tfrac{\partial F}{\partial y} \quad (1)$$
$$dx := x - a \quad (2)$$
$$dy := y - b \quad (3)$$
$$y = b + m(x - a) \quad (4)$$

   em que (a, b) é uma das soluções aproximadas encontrada por varredura. Descreva como podemos calcular uma poligonal que represente uma solução aproximada do problema $F(x, y) = c$. Veja na figura (1) página 4,

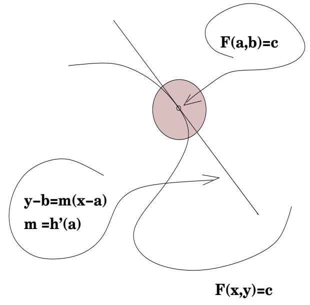

Figura 1: A reta tangente no ponto

   Veja um exemplo de poligonal, com baixa aproximação na figura (2) página 4,

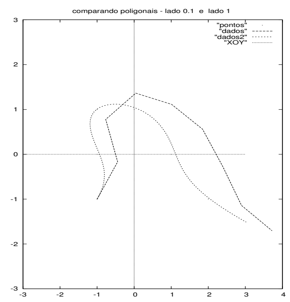

Figura 2: Poligonal - solução aproximada - curva de nível

   (d) *Encontre a curva de nível (faça um gráfico)*

$$x^2 + 3xy + y^3 = 5$$