Cálculo Numérico Computacional Exercícios **lista 04**
Raizes aproximadas Varredura, método da tangente
Prof. Tarcisio Praciano-Pereira **Dep. de Matemática**
tarcisio@member.ams.org

aluno:

Univ. Estadual Vale do Acaraú Sobral, 27 de abril de 2007

Por favor, prenda esta folha de rosto na sua solução desta lista deixando-a em branco. Ela será usada para a correção.

Objetivo: Compreender o uso de "`varredura`" na solução de problemas que modelem um fenômeno ao longo de um intervalo. Calcular aproximadamente a raíz de f usando a equação da reta tangente. Você pode fazer (deve) os cálculos usando um programa ou uma calculadora, entretanto os gráficos, nesta lista de exercícios, devem ser feitos à mão, em papel quadriculado (ou milimetrado).

Exercícios 1 *Cálculo aproximado de raizes*

1. *gráfico de uma função Considere* $f(x) = x * sin(\frac{x+6}{x+13})$
   (a) *Faça uma varredura inteira do intervalo* $[-10, 10]$ *para encontrar pontos em que* f *troque de sinal. Use passo* $= 1$. *Experimente com* `Gnuplot` *para ter uma visão antecipada do que vai acontecer.*
   (b) *Faça uma varredura inteira do intervalo* $[-10, 10]$ *para encontrar pontos em que* f' *troque de sinal. Use passo* $= 1$.
   (c) *Com a informação obtida nos itens anteriores, faça um esboço gráfico de* $y = f(x)$ *no intervalo* $[-10, 10]$.

Solução 1 *(a) Intervalos onde f troca de sinal*

Usando `gnuplot` *defina a função*

```
f(x) = x*sin((x + 6.0)/(x + 13.0))
plot f(x),0
 x = -10
delta = 0.5
```

e repita as linhas seguintes até que `gnuplot` *imprima a mensagem "trocou sinal"*

```
x = x + delta
if (f(x)*f(x+delta) <= 0) print "\n zero ou troca de sinal  \n x =" , x
plot f(x),0
```

Fazendo uma varredura de $[-10, 10]$ *com passo* 0.5 *os intervalos onde há troca de sinal de* f *são*

$$[-6.5, -6], [-0.5, 0]$$

(b) Intervalos onde f' *troca de sinal*

```
f(x) = x*sin((x + 6.0)/(x + 13.0))
u(x) = (x + 6.0)/(x + 13.0)
du(x) = (x + 13.0 - (x + 6.0))/((x + 13.0)*(x + 13.0))
df(x) = sin((x + 6.0)/(x + 13.0)) +  x*cos((x + 6.0)/(x + 13.0))*du(x)
plot df(x),0
x = -10
delta = 0.5
```

repita manualmente, no `gnuplot` *as linhas até que a mensagem "zero ou troca de sinal" seja impressa por* `gnuplot`

```
x = x + delta
if (df(x)*df(x+delta) <= 0) print "\n zero ou troca de sinal  \n x =" , x
plot df(x),0
```

Fazendo uma varredura de $[-10, 10]$ *com passo* 0.5 *os intervalos onde há troca de sinal de* f' *Ã©* $[-3.5, -3]$.

(c) Esboço gráfico de f *no intervalo* $[-10, 10]$

Com `gnuplot`

```
 print "f(-3.5)=", f(-3,5),"\nf(-3.3)=",f(-3.3), "\n f(-3,2)=", f(-3.2)
print "f(-10) = ", f(-10), "\n f(0) = ", f(0), "\n f(10) = ", f(10)
```

Veja na figura (1) página 4,

2. *raíz aproximada - método da tangente*

   (a) Em cada intervalo $[a_i, b_i]$ *em que houver troca de sinal, de*

$$f(x) = x * sin(\frac{x+6}{x+13})$$

   trace a reta tangente no ponto $(a_i, f(a_i))$, *junto com o gráfico da função neste intervalo.*

   (b) Calcule o zero a_{i1} *desta função do primeiro grau, e verifique que é uma aproximação do zero de* f *(calcule* $f(a_{i1})$ *).*

   (c) Itere o processo anterior considerando agora um dos sub-intervalos

$$[a_i, a_{i1}] \ ; \ [a_{i1}, a_{i+1}]$$

   escolhendo aquele onde houver troca de sinal de f, *até a quarta iteração. Quer dizer que você deve obter*

$$\{a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}\}$$

   em cada intervalo I_i *e também calcular*

$$\{f(a_{i1}), f(a_{i2}), f(a_{i3}), f(a_{i4})\}$$

   que deve ser uma sucessão convergindo para zero.

Solução 2 `f(x) = x*sin((x + 6.0)/(x + 13.0))`

```
set xrange [-12:-5]
plot f(x),0
pause -2

df(x) = sin((x+6.0)/(x+13.0))+x*cos((x + 6.0)/(x + 13.0))*(7.0/((x + 13)*(x +13)))
```

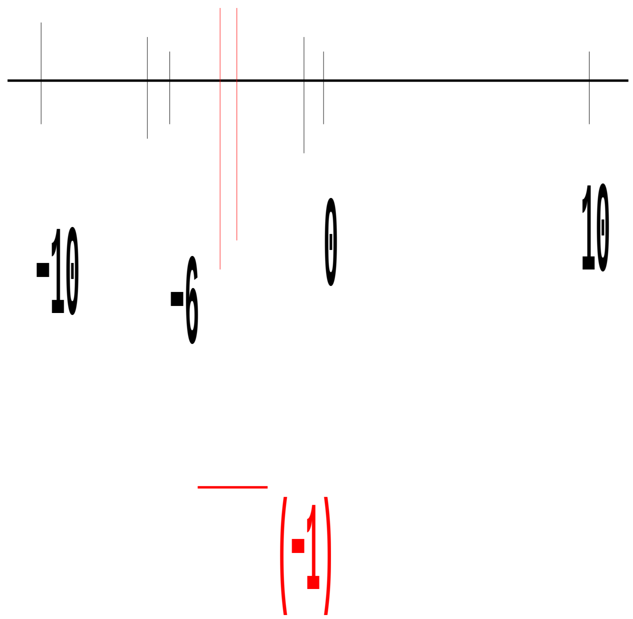

Figura 1: Esboço gráfico de f feito à mão

```
## plot f(x), df(x),0
r(x) = f(a) + df(a)*(x-a)
plot f(x), r(x),0
a = -10
a = a - f(a)/df(a)
plot f(x), r(x),0
pause -2

a = a - f(a)/df(a)
plot f(x), r(x),0
pause -2

a = a - f(a)/df(a)
```

```
plot f(x), r(x),0
pause -2
## raíz aproximada após três iterações do método
print a, f(a)
pause -2

a = a - f(a)/df(a)
plot f(x), r(x),0
pause -2
## raíz aproximada após quatro iterações do método
print a, f(a)
pause -2

a = a - f(a)/df(a)
plot f(x), r(x),0
pause -2
## raíz aproximada após cinco iterações do método
print a, f(a)
pause -2
```

Defeito do método *O método das tangentes nem sempre funciona, mas podemos intervir para encontrar alternativas e ainda assim usar o método. É preciso ganhar experiência com as falhas do método.*

1. *O método construido na questão anterior não funciona se*

$$f(x) = (3.0 + x^2)sin((x + 3.0)/(x + 13.0))$$

   descubra porque, (faça um gráfico com `Gnuplot`*).*

2. *Calcule aproximadamente os zeros de f' para obter de forma justificada um esboço do gráfico de f. Use varredura com passo 1 para obter os intervalos em haja troca de sinal.*

3. *Encontre um alteração do método para calcular aproximadamente a única raíz que f tem no intervalo $[-10, 10]$.*

4. *Descreva como você usaria o método da tangente para encontrar as raizes de um* funçao qualquer.

Programas

1. *Escreva um programa que encontre todos os sub-intervalos em que uma função $y = f(x)$ troca de sinal.*

2. *Usando derivada aproximada,* quociente de diferenças, *no programa, melhore o programa anterior para calcular também os zeros da derivada.*

3. *Inclua no programa uma rotina que, quando for encontrada uma troca de sinal, ela seja chamada para iteradamente aplicar o método da tangente e encontrar uma aproximação das raizes de f usando o teste $|f(x)| < \epsilon$ como teste de parada do algoritmo.*

   observação: a seu pedido eu posso lhe enviar trechos de programa, mas você tem que me dizer o que deseja que eu envie de forma justificada. Não me peça programas inteiros!